RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 marzo 1902.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica matematica. — *Stabilità delle configurazioni di equilibrio di un liquido in un tubo capillare di rotazione attorno ad un asse verticale.* Nota del Corrispondente G. Morera.

Laplace nel *Supplément à la théorie de l'action capillaire* (Oeuvres, tomo IV, pag. 455), dopo aver concluso che l'altezza a cui si eleva un liquido in un tubo e la forma della superficie libera dipendono unicamente dalla figura del tubo nella parte ove tal superficie si trova, osserva che in uno stesso tubo vi possono essere parecchi stati di equilibrio se la sua larghezza non è uniforme. A proposito di tali stati di equilibrio Laplace afferma che: « *lorsque la figure d'un tube capillaire diminue par nuances insensibles les diverses états d'équilibre sont alternativement stables et non stables* », affermazione che l'illustre autore tenta rendere intuitiva con talune semplici considerazioni meccaniche, che non si possono però accettare come una dimostrazione della proposizione.

L'unico autore che, per quanto a me consta, sia ritornato sulla rammentata affermazione di Laplace, è E. Mathieu nel secondo capitolo della sua pregiata *Théorie de la capillarité*, ove studia la elevazione o la depressione di un liquido in un tubo capillare di rotazione, non cilindrico, ad asse verticale, ed esamina i differenti equilibrî della colonna capillare in un tale tubo, facendone poi applicazione ad un tubo conico immerso nel liquido per la base. (Cfr. op. cit., pagg. 52-58).

Mathieu riferisce testualmente le accennate considerazioni di Laplace e soggiunge: « le raisonnement de Laplace est vague et il indispensable de le remplacer par un autre qui ait plus de précision »; ma per quanto Mathieu opportunamente invochi la funzione delle forze, non mi sembra che il suo ragionamento presenti una precisione maggiore di quello di Laplace.

Ritenendo che il tubo sia capillare, almeno nelle porzioni di esso ove cadono le superficie libere delle possibili configurazioni di equilibrio, calcolerò, trascurando termini che sono dell'ordine del quadrato del raggio, le variazioni che subisce il potenziale delle forze nel passaggio da una configurazione di equilibrio alla consecutiva, il che offrirà il mezzo di decidere facilmente della stabilità o dell'instabilità delle anzidette configurazioni.

Per fissare le idee supponiamo che il liquido sia sollevato nel tubo capillare, ossia che l'angolo di raccordo φ fra la superficie libera in una configurazione di equilibrio e la superficie interna del tubo sia ottuso.

Prendiamo come asse delle z l'asse del tubo percorso in verso ascendente e diciamo r la distanza dall'asse stesso di un punto qualunque della superficie libera, che ora è di rotazione. Diciamo ψ l'angolo che la normale interna alla superficie libera fa col raggio che dall'asse va al suo piede; ritenuto che il piano di quota zero sia il piano di livello, si ha ovviamente:

$$\text{(I)} \qquad \frac{a^2}{2}\,\frac{1}{r}\,\frac{d}{dr}(r\cos\psi) = z\ (^1);$$

questa è l'equazione differenziale della superficie libera. Moltiplicata questa equazione per $2rdr$ ed integrata a partire da $r = 0$ si ottiene:

$$\text{(II)} \qquad a^2 r\cos\psi = r^2 z - \int_{z_0}^{z} r^2\,dz\,,$$

ove z_0 indica la quota del punto sull'asse di rotazione.

Denotiamo: con ϱ il raggio del parallelo secondo cui la superficie libera del liquido incontra la superficie interna del tubo, ossia il raggio della circonferenza di raccordo; e con i l'inclinazione sulla verticale della superficie interna lungo la linea di raccordo, convenendo di assumere i positivo o negativo secondochè il tubo è verso l'alto convergente oppure divergente.

Calcolando il volume U compreso fra il cilindro verticale che ha per una base l'anzidetto parallelo, la superficie libera e il piano di livello, per mezzo della (I) si trova subito:

$$U = \int_0^{\varrho} 2\pi r z\,dr = -\pi a^2 \varrho\cos(\varphi + i)\,,$$

(1) Si noti che secondo la notazione usata da Mathieu in questa equazione, invece della costante di capillarità a^2 si dovrebbe scrivere $2a^2$.

sicchè la quota media lungo la superficie libera risulta com'è ben noto:

$$z_m = \frac{U}{\pi\varrho^2} = -\frac{a^2 \cos(\varphi + i)}{\varrho}.$$

Applichiamo la (II) alla linea di raccordo della quale diremo z la quota, si ottiene:

$$-a^2 \varrho \cos(\varphi + i) = \varrho^2 z - \int_{z_0}^{z} r^2 dz$$

e quindi:

$$\int_{z_0}^{z} r^2 dz = \varrho^2 (z - z_m).$$

Dalla (II), ponendo in luogo di z *la quota della linea di raccordo*, lungo la superficie libera risulta:

$$\cos\psi \leq \frac{rz}{a^2},$$

d'onde segue

$$\left|\frac{dz}{dr}\right| \leq \frac{rz}{\sqrt{a^4 - z^2 r^2}};$$

dunque:

$$z - z_0 < z\int_0^{\varrho} \frac{r dr}{\sqrt{a^4 - z^2 r^2}} \leq \frac{a^2 + \sqrt{a^4 - z^2\varrho^2}}{z}$$

$$< \frac{a^2 + \sqrt{a^4 - z_m^2\varrho^2}}{z_m} < \varrho \frac{1 + |\operatorname{sen}(\varphi + i)|}{|\cos(\varphi + i)|},$$

e per conseguenza

$$\int_{z_0}^{z} r^2 dz < \varrho^2 (z - z_0) < \varrho^3 \frac{1 + |\operatorname{sen}(\varphi + i)|}{|\cos(\varphi + i)|}.$$

Trascurando adunque un termine dell'ordine di ϱ^2 la (II) dà alla linea di raccordo:

(III) $$\varrho z = -a^2 \cos(\varphi + i).$$

Le linee di raccordo delle superficie libere in tutte le possibili configurazioni di equilibrio si otterranno trovando i valori di ϱ e z che soddisfanno alla equazione precedente ed a quella della superficie interna del tubo. In altri termini, se in un piano meridiano qualunque si immagina tracciato il profilo della superficie interna del tubo e la curva di equazione (III), che diremo curva (c), le intersezioni di queste due linee danno i punti per cui passano le linee di raccordo.

Si osservi che se, come avviene nei tubi che si possono adoperare per verificare sperimentalmente i risultati della teoria, l'angolo i subisce delle piccole variazioni lungo il profilo meridiano, almeno nelle regioni ove esso vien tagliato dalla linea (III), quest'ultima curva (c) è con grande approssimazione una iperbola equilatera [1].

Diciamo σ'' e σ' le aree della superficie libera del liquido e della sua superficie che è in contatto delle pareti solide, il potenziale P delle forze capillari e dei pesi delle particelle liquide è, ritenendo uguale ad 1 la densità del liquido:

$$P = g\int z d S + \frac{\vartheta_1}{2}\sigma'' - \left(\eta_1 - \frac{\vartheta_1}{2}\right)\sigma' ,$$

ove ϑ_1 ed η_1 rappresentano le note costanti di capillarità ed il primo integrale va esteso a tutto il volume S occupato dal liquido.

Si ha poi:

$$\cos\varphi = -\frac{\eta_1 - \frac{\vartheta_1}{2}}{\frac{\vartheta_1}{2}} \quad ; \quad \frac{\vartheta_1}{g} = a^2 ,$$

quindi:

$$\text{(IV)} \qquad P = g\left[\int z d S + \frac{a^2}{2}(\sigma'' + \cos\varphi \,.\, \sigma')\right].$$

Calcoliamo la variazione finita ΔP che il potenziale subisce quando il liquido nel tubo capillare sale da una qualunque configurazione di equilibrio alla successiva.

Ritenendo il liquido contenuto in un vaso molto ampio, non varieranno la superficie libera del liquido all'esterno del tubo e le aree bagnate sulle pareti del vaso e sulla parete esterna del tubo, così pure non varierà $\int z d S$ esteso alla massa fluida situata fuori del tubo. È quindi lecito nella (IV) ritenere che il primo integrale sia esteso alla colonna liquida che sta nel tubo al di sopra del piano di livello e che σ'' e σ' rappresentino rispettivamente le aree della superficie libera del liquido nel tubo capillare e della

[1] Nelle esperienze conviene far uso di un tubo capillare di vetro foggiato a successivi coni che alternativamente si uniscono per le basi e per i vertici; un tubo cosiffatto si ottiene agevolmente da uno cilindrico scaldandolo successivamente alla fiamma in diversi punti e stirandolo.

Allora i ha piccoli valori, che oscillano attorno allo zero, e, se il tubo si immerge nell'acqua, si ha inoltre:

$$\varphi = \pi \; ; \; a^2 = 15\,.\,13 \; mm^2$$

La curva (c) ha in tal caso per equazione $\varrho z = a^2 \cos i$.

superficie interna del tubo da esso bagnata. Allora σ'' è dell'ordine di ϱ^2 e quindi trascurabile, e per la stessa ragione è trascurabile il contributo recato al primo integrale dalla massa liquida del menisco. Dette: Q l'espressione che moltiplica g nell'espressione del potenziale; e z, $z+\Delta z$ le quote delle linee di raccordo delle due successive superficie libere di equilibrio, abbiamo:

$$\Delta Q = \pi \int_z^{z+\Delta z} r^2 z dz + \pi a^2 \cos\varphi \int_z^{z+\Delta z} r \frac{dz}{\cos i} .$$

Intendendo che ϱ rappresenti la distanza dall'asse del punto della curva (c) che ha la quota z per la (IV), avremo:

$$\Delta Q = \pi \int_z^{z+\Delta z} z (r - \varrho) r dz + \pi \int_z^{z+\Delta z} \left(\varrho z + a^2 \frac{\cos\varphi}{\cos i} \right) r dz .$$

Ma per la (III) l'ultimo integrale diviene

$$a^2 \int_z^{z+\Delta z} \left[\frac{\cos\varphi}{\cos i} - \cos(\varphi + i) \right] r dz = a^2 \int_z^{z+\Delta z} \operatorname{sen}(\varphi + i) \operatorname{tg} i \, . \, r dz$$

$$= - a^2 \int_z^{z+\Delta z} \operatorname{sen}(\varphi + i) r dr ;$$

per conseguenza anche quest'ultimo integrale è dell'ordine di ϱ^2 e però trascurabile nell'ordine di approssimazione prefissoci. Dunque a meno di quantità dell'ordine di ϱ^2:

$$\Delta P = g \, . \, \Delta Q = g\pi \int_z^{z+\Delta z} r (r - \varrho) z dz .$$

Se tra le due successive superficie libere di equilibrio considerate la curva (c) è interna al profilo meridiano del tubo sarà $\varrho < r$, e quindi $\Delta P > 0$, se invece è esterna sarà $\Delta P < 0$; nel primo caso il potenziale va crescendo dalla prima configurazione alla seconda e quindi quest'ultima non può essere stabile, nel secondo caso invece il potenziale va decrescendo e quindi la prima configurazione non può essere stabile.

Le configurazioni stabili sono adunque quelle nelle quali la curva (c) *percorsa nel verso ascendente attraversa il profilo meridiano del tubo pas-*

sando dall'esterno all'interno; sono instabili invece quelle nelle quali la (c) attraversa detto profilo dall'interno all'esterno.

In generale alla prima intersezione della (c) col profilo meridiano, questa curva passa dall'esterno all'interno e però la corrispondente configurazione di equilibrio è, generalmente parlando, stabile; allora la seconda configurazione di equilibrio è instabile, la terza è in generale di nuovo stabile e così via.

Se però la curva (c) è tangente al profilo meridiano, sia che essa in prossimità del punto di contatto rimanga all'esterno, sia che rimanga all'interno del profilo stesso, la corrispondente configurazione di equilibrio non è stabile.

Le configurazioni non stabili non sono praticamente realizzabili, e però le previsioni della teoria si possono facilmente verificare coll'esperienza.

Fisica matematica. — *Influenza di uno schermo conduttore sul campo elettro-magnetico di una corrente alternativa parallela allo schermo.* Nota III [1] di T. LEVI-CIVITA, presentata dal Socio VOLTERRA.

10. *Sviluppi asintotici.* — Riprendiamo l'espressione (15) di $U_2 - F_2$.

Il secondo membro, considerato come funzione del parametro q, ha, per $q = \infty$, un punto singolare essenziale. Infatti esso differisce dall'espressione rigorosa (10) di F_2 soltanto per lo scambio di B in q; ed F_2, quale funzione di B, ha effettivamente una singolarità essenziale in $B = \infty$, come risulta dalla (10″) [2].

Non sarà dunque possibile sviluppare $U_2 - F_2$ in serie di potenze di $\frac{1}{q}$, convergente nell'intorno di $\frac{1}{q} = 0$.

Però, limitandosi ai valori reali e positivi di $\frac{1}{q}$, si può stabilire la validità dello sviluppo di Taylor fino a un ordine qualsiasi e fissare il limite superiore di ciascun resto.

Ecco in qual modo.

[1] V. pag. 191.

[2] In quanto, se $B = \infty$ non fosse una singolarità essenziale di F_2, ciò accadrebbe in particolare per i valori 0, 0, 1 di y, z, d, ossia per la funzione

$$e^{iB} \mathrm{L}i\, e^{-iB} = e^{iB} \log B + e^{iB} \left\{ C - i\frac{\pi}{2} + \sum_1^\infty{}_m \frac{(-i)^m B^m}{m \,.\, m!} \right\},$$

il che evidentemente non è, poichè tanto il coefficiente di log B, quanto il secondo addendo, sviluppati per potenze di B, contengono un numero infinito di termini.

Cambiando λ in $\frac{\lambda}{q}$, la (15) si può scrivere:

$$q\,(U_2 - F_2) =$$

$$-\frac{i}{2}\int_0^\infty e^{-\lambda}\left\{\frac{1}{|z|+d+i\left(y-\frac{\lambda}{q}\right)}+\frac{1}{|z|+d-i\left(y+\frac{\lambda}{q}\right)}\right\}d\lambda\,.$$

Sotto questa forma apparisce chiaramente che il secondo membro rimane finito e determinato, anche quando $\frac{1}{q}$ converge a zero (si intende, per valori reali).

Infatti il modulo della funzione sotto il segno è, per qualsiasi valore di λ, $\leq 2\frac{|z|+d}{(|z|+d)^2+y^2}\,e^{-\lambda}$, funzione evidentemente integrabile nell'intervallo $0\,,\ \infty$.

Si può anzi asserire che la funzione $U_2 - F_2$ ammette derivate di qualunque ordine, rispetto all'argomento $\frac{1}{q}$, anche nel punto $\frac{1}{q}=0$.

Infatti:

(19)
$$\frac{d^m q(U_2 - F_2)}{d\left(\frac{1}{q}\right)^m} =$$

$$-\frac{i^{m+1}}{2}m!\int_0^\infty e^{-\lambda}\lambda^m\left\{\frac{1}{\left[|z|+d+i\left(y-\frac{\lambda}{q}\right)\right]^{m+1}}+\frac{1}{\left[|z|+d-i\left(y+\frac{\lambda}{q}\right)\right]^{m+1}}\right\}d\lambda$$

$$(m=0\,,1\,,2\,,\ldots)\,,$$

e il modulo della funzione sotto il segno non supera mai

$$\frac{2}{(|z|+d)^{m+1}}\,e^{-\lambda}\,\lambda^m\,.$$

L'integrale è dunque una funzione di $\frac{1}{q}$, finita e continua per ogni valore reale di $\frac{1}{q}$ $\left(\frac{1}{q}=0\,,\text{ incluso}\right)$.

Per $\frac{1}{q}=0$, risulta in particolare

$$\frac{d^m q\,(U_2 - F_2)}{d\left(\frac{1}{q}\right)^m} = -\frac{i^{m+1}}{2}(m!)^2\left\{\frac{1}{(|z|+d+iy)^{m+1}}+\frac{1}{(|z|+d-iy)^{m+1}}\right\},$$

od anche, avendo riguardo alle identità

$$\frac{d\log\frac{1}{V}}{d|z|} = -\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{|z|+d+iy}+\frac{1}{|z|+d-iy}\right\},$$

$$\frac{d^{m+1}\log\frac{1}{V}}{d|z|^{m+1}} = \frac{(-1)^{m+1}}{2}m!\left\{\frac{1}{(|z|+d+iy)^{m+1}}+\frac{1}{(|z|+d-iy)^{m+1}}\right\},$$

$$\frac{d^m q(U_2-F_2)}{d\left(\frac{1}{q}\right)^m} = -(-i)^{m+1}m!\frac{d^{m+1}\log\frac{1}{V}}{d|z|^{m+1}}.$$

In questa condizione di cose è chiaro che si può applicare alla funzione $q(U_2-F_2)$ la formula di Taylor per l'intervallo $0, \frac{1}{q}$, fino a un ordine qualunque m, e scrivere di conformità

$$U_2-F_2 = -\sum_1^m{}_s \frac{(-i)^s}{q^s}\frac{d^s\log\frac{1}{V}}{d|z|^s}+R_m, \tag{20}$$

dove, usando pel resto la forma di Lagrange, si può ritenere per la (19),

$$R_m = -\frac{i^{m+1}}{2q^{m+1}}\int_0^\infty e^{-\lambda}\lambda^m\left\{\frac{1}{\left[|z|+d+i\left(y-\frac{\lambda}{q_1}\right)\right]^{m+1}}+\frac{1}{\left[|z|+d-i\left(y+\frac{\lambda}{q_1}\right)\right]^{m+1}}\right\}d\lambda$$

con $\frac{1}{q_1}>0$.

La (20) e questa espressione di R_m valgono anche per $m=0$, dovendosi soltanto nella (20) porre zero al posto della sommatoria.

Per qualsiasi valore di y (reale, si intende) il modulo della quantità in parentesi nell'espressione di R_m è sempre inferiore a $\frac{2}{(|z|+d)^{m+1}}$, talchè

$$R_m < \frac{m!}{q^{m+1}(|z|+d)^{m+1}} \text{ (1)}. \tag{21}$$

(1) Si può osservare che, ammettendo a priori la possibilità di uno sviluppo di U_2-F_2 per potenze di $\frac{1}{q}$, la forma dello sviluppo risulta subito dalla prima equazione (7′) (nel secondo membro della quale si intende posto $-\frac{d\log\frac{1}{V}}{d|z|}$ in luogo di $\frac{dF_2}{d|z|}$). Però questo modo di procedere, oltre a non essere rigoroso, non permette di apprezzare l'entità del resto.

In modo perfettamente analogo, considerando le derivate di $q(U_2 - F_2)$ rapporto a y e rapporto a $|z|$, si ha

$$(22)\quad \begin{cases} \dfrac{d(U_2 - F_2)}{dy} = -\sum_1^m{}^s \dfrac{(-i)^s}{q^s} \dfrac{d^{s+1} \log \dfrac{1}{\nu}}{d|z|^s\, dy} + R'_m, \\ \dfrac{d(U_2 - F_2)}{d|z|} = -\sum_1^m{}^s \dfrac{(-i)^s}{q^s} \dfrac{d^{s+1} \log \dfrac{1}{\nu}}{d|z|^{s+1}} + R''_m \end{cases}$$

con

$$(23)\quad R'_m\ ,\ R''_m < \frac{(m+1)!}{q^{m+1}(|z|+d)^{m+2}}.$$

L'equazione differenziale (5'):

$$\frac{dV_2}{dy} = pi(U_2 - F_2),$$

notando che $|U_2 - F_2|$ è in ogni caso $< \frac{1}{qd}$ e ricordando dalle (8) che $\frac{p}{q} = B$, ci dà

$$\left|\frac{dV_2}{dy}\right| < \frac{B}{d}.$$

Immaginiamo di sviluppare colla formula di Taylor, arrestata dopo il primo termine, le funzioni qV_2 e $q\frac{dV_2}{d|z|}$, definite dalla (13) e sua derivata rapporto a $|z|$.

Troveremo dopo ovvie riduzioni

$$V_2 = B\left\{\operatorname{arctg}\frac{y}{|z|+d} - \frac{\pi}{2} + R'''\right\},$$

$$\frac{dV_2}{d|z|} = B\left\{\frac{d \log \frac{1}{\nu}}{dy} + R^{IV}\right\}$$

con

$$R''' < \frac{1}{qd}\ ,\ R^{IV} < \frac{1}{qd^2}.$$

Osservando che, per nessun valore reale di y, z, $\left|\dfrac{d \log \frac{1}{\nu}}{dy}\right|$ può supe-

rare $\frac{1}{2}d$, risulta ancora

$$|V_2| < B\left(\pi + \frac{1}{qd}\right),$$

$$\left|\frac{dV_2}{d|z|}\right| < B\left(\frac{1}{2d} + \frac{1}{qd^2}\right).$$

Noi dobbiamo naturalmente risguardare $\frac{1}{d}$, $\frac{1}{qd}$ come quantità finite (nei casi pratici anzi molto minori dell'unità; cfr. il § seguente).

Per quanto s'è detto al principio del § 9, siamo ormai autorizzati a porre

(24) $$V_2 = 0.$$

11. *Limite superiore degli errori, da cui possono essere affette le forze elettromagnetiche del campo, quando si usano gli sviluppi asintotici.* — A meno di termini contenenti B a fattore e senza riserve trascurabili, si ha, come abbiam visto,

(14) $$F_2 + \log\frac{1}{\nu} = 0,$$

(24) $$V_2 = 0.$$

Quale errore può insinuarsi nelle componenti delle forze elettromagnetiche, se, per $U_2 - F_2$ e sue derivate, si introducono gli sviluppi asintotici fino a un ordine determinato, omettendo i resti?

Per riconoscerlo, osserviamo in primo luogo che, essendo, per le (3), $U_1 - F_1$ eguale alla parte reale di

$$2I_0\, e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})}(U_2 - F_2),$$

si ha

$$A\left|\frac{d(U_1 - F_1)}{dt}\right| \leq 2I_0 \cdot 2\pi n A \cdot |U_2 - F_2|,$$

$$\left|\frac{d(U_1 - F_1)}{dy}\right| \leq 2I_0 \left|\frac{d(U_2 - F_2)}{dy}\right|,$$

$$\left|\frac{d(U_1 - F_1)}{dz}\right| \leq 2I_0 \left|\frac{d(U_2 - F_2)}{d|z|}\right|.$$

Ora, a tenore delle (I), (II) e

(18′) $$F = 2I_0 \operatorname{sen}\omega\left(\log\frac{1}{\lambda} - \log\frac{1}{\nu}\right);\ U = F + (U_1 - F_1),\ V = 0,\ W = 0$$

(sono le (18), in cui s'è tenuto conto che $V_1 = 0$), le componenti della

forza elettrica dipendono da $U_1 - F_1$ solo per la presenza del termine $A \frac{d(U_1 - F_1)}{dt}$; le componenti della forza magnetica solo pei termini

$$\frac{d(U_1 - F_1)}{dy}, \quad \frac{d(U_1 - F_1)}{dz}.$$

Dopo ciò, le (21) e (23) mostrano che, quando si introducono per $U_2 - F_2$ e sue derivate, gli sviluppi (20) e (22), fino al termine m^{esimo}, il resto non può superare

$$2 I_0 \cdot 2\pi n A \cdot \frac{m!}{q^{m+1} (|z| + d)^{m+1}}$$

nella componente X (l'unica delle componenti della forza elettrica, che dipende da $U_1 - F_1$), nè

$$2 I_0 \frac{(m+1)!}{q^{m+1} (|z| + d)^{m+2}}$$

in una componente magnetica.

Per avere un'idea dell'errore relativo, in una componente e in un punto generico, conviene considerare il rapporto fra l'errore assoluto e l'intensità (massima), che compete nello stesso punto alla corrispondente forza, quando manca lo schermo conduttore.

Le (2), in cui dobbiamo intendere, per I, $I_0 \operatorname{sen} \omega$, ci dicono subito che, tanto per la forza magnetica, quanto per la elettrica, tale massima intensità vale

$$\frac{2 I_0}{\Delta}.$$

L'errore relativo non supera dunque

$$2\pi n A \frac{m! \Delta}{q^{m+1} (|z| + d)^{m+1}}$$

per la forza elettrica, nè

$$\frac{(m+1)! \Delta}{q^{m+1} (|z| + d)^{m+2}}$$

per la magnetica.

Limitandosi, come è per noi sufficiente, a considerare punti in prossimità del piano mediano (piano normale allo schermo passante per la corrente), possiamo per es. supporre

$$y^2 < 3 (|z| + d)^2.$$

Si ha allora a fortiori:

Arrestando lo sviluppo asintotico al termine m^{esimo}, *la frazione trascurata di forza elettrica non può superare*

$$(25) \qquad 2\pi n A \frac{2 \cdot m!}{q^{m+1} d^m};$$

e la frazione trascurata di forza magnetica

$$\frac{2\,(m+1)!}{q^{m+1}\,d^{m+1}}. \tag{26}$$

Facendo nella (25) $m = 0$ e ricordando dalla (8) che $q = \frac{4\pi^2 n}{R}$, risulta come errore relativo

$$\frac{AR}{\pi},$$

frazione insignificante anche nel caso di resistenze considerevoli. (Prendendo, come a § 9, una lastra di argentana di un decimillimetro, si ha all'incirca $\frac{AR}{\pi} = 0{,}00002$).

Concludiamo dunque che, *per quanto concerne la forza elettrica, è lecito ritenere senza errore sensibile*

$$U_2 - F_2 = 0.$$

Affinchè l'uso degli sviluppi asintotici di $\frac{d(U_2 - F_2)}{dy}$, $\frac{d(U_2 - F_2)}{d|z|}$ nelle componenti della forza magnetica risponda allo scopo, è necessario che, per qualche valore di m, la (26) sia una piccola frazione dell'unità; per es. dell'ordine di $\frac{1}{10}$, se si tratta di ricerche puramente qualitative; più piccola (a norma dell'esattezza richiesta), se si tratta di ricerche quantitative.

Se esiste un valore di m che conviene, ad esso — e non oltre — vanno arrestati gli sviluppi.

Affinchè in particolare si possa prendere $m = 1$ con errore non superiore all'un per cento, basterà, per la (26), che sia

$$\frac{4}{q^2 d^2} \leq \frac{1}{100},$$

cioè

$$\frac{2}{qd} \leq \frac{1}{10}, \tag{27}$$

o finalmente, in via approssimativa,

$$\frac{R}{nd} \leq 2. \tag{27'}$$

Questa condizione è soddisfatta da lastre di rame dello spessore di un millimetro ($R = 16000$), distanti un metro dalla corrente ($d = 100$), purchè la frequenza sia almeno 80.

Fissati R e d, l'errore possibile $\frac{4}{q^2 d^2}$ varia con n in ragione inversa dei

quadrati. Così ad es., per $n = 200$, esso è inferiore a $\left(\frac{80}{200}\right)^2 \frac{1}{100}$, cioè al 0,16 per cento; mentre, per $n = 60$, si può contare soltanto sopra una esattezza del $\left(\frac{80}{60}\right)^2 \frac{1}{100}$, cioè all'incirca del 2 per cento.

12. *Espressioni approssimate — Interpretazione fisica.* — Bene intesi sui limiti dell'approssimazione corrispondente ad $m = 1$, adottiamo come valore di $U_2 - F_2$, da introdursi nelle componenti della forza magnetica, il primo termine $\frac{i}{q} \frac{d \log \frac{1}{r}}{d|z|}$ dello sviluppo asintotico (20) (1).

Per essere $U_1 - F_1$ la parte reale di

$$2 I_0 e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})} (U_2 - F_2),$$

avremo

$$U_1 - F_1 = \frac{2 I_0}{q} \cos \omega \frac{d \log \frac{1}{r}}{d|z|}.$$

mentre, come s'è visto, è lecito ritenere $U_2 - F_2$, e di conseguenza, $U_1 - F_1 = 0$, nel valutare le componenti della forza elettrica.

Ciò posto, le (18'), introdotte nelle (I), (II), danno, per le componenti delle forze magnetica ed elettrica,

$$(28) \quad \begin{cases} L = 0, \\ M = -2 I_0 \frac{d}{dz} \left\{ \operatorname{sen} \omega \left(\log \frac{1}{\Delta} - \log \frac{1}{r} \right) + \frac{\cos \omega}{q} \frac{d \log \frac{1}{r}}{d|z|} \right\}, \\ N = 2 I_0 \frac{d}{dy} \left\{ \operatorname{sen} \omega \left(\log \frac{1}{\Delta} - \log \frac{1}{r} \right) + \frac{\cos \omega}{q} \frac{d \log \frac{1}{r}}{d|z|} \right\}; \end{cases}$$

$$(29) \quad \begin{cases} X = 0, \\ Y = -2 I_0 \operatorname{sen} \omega \frac{d}{dy} \left\{ \log \frac{1}{\Delta} - \log \frac{1}{r} \right\}, \\ Z = -2 I_0 \operatorname{sen} \omega \frac{d}{dz} \left\{ \log \frac{1}{\Delta} - \log \frac{1}{r} \right\} \end{cases}$$

$$(\omega = 2 \pi n (t - Ax) + \alpha).$$

(1) Che è derivabile termine a termine, come mostrano direttamente le (22).

Considerando in particolare i punti al di là dello schermo rispetto alla corrente ($z < 0$), si ha

$$r = \Delta ,$$

e

$$-\frac{d}{dz} = \frac{d}{d|z|} .$$

Le (28), (29), eseguendo le derivazioni, divengono

$$(28') \qquad \begin{cases} L = 0 , \\ M = \dfrac{2 I_0}{q} \cos\omega \dfrac{(|z| + d)^2 - y^2}{\Delta^4} , \\ N = \dfrac{2 I_0}{q} \cos\omega \dfrac{2 (|z| + d) y}{\Delta^4} ; \end{cases}$$

$$(29') \qquad X = Y = Z = 0.$$

La forza elettrica è dunque sensibilmente intercettata dallo schermo, come (rigorosamente) ha luogo in elettrostatica.

Quanto alla forza magnetica, per acquistare un' idea adeguata della modificazione prodotta dal conduttore, giova confrontarla colla

$$(30) \qquad \begin{cases} L' = 0 , \\ M' = -2 I_0 \operatorname{sen}\omega \dfrac{|z| + d}{\Delta} , \\ N' = -2 I_0 \operatorname{sen}\omega \dfrac{y}{\Delta} , \end{cases}$$

che, a norma delle (2), agisce negli stessi punti ($z < 0$), quando manca lo schermo.

Sieno

$$H_0 = \frac{2 I_0}{q} \frac{1}{\Delta^4} \sqrt{\{(|z| + d)^2 - y^2\}^2 + 4 (|z| + d)^2 y^2} = \frac{2 I_0}{q} \frac{1}{\Delta^2} ,$$

$$H_0' = 2 I_0 \frac{1}{\Delta}$$

le rispettive intensità massime.

Si ha

$$(31) \qquad \frac{H_0}{H_0'} = \frac{1}{q\Delta} .$$

Lo schermo riduce dunque la intensità massima della forza magnetica (*nei punti al di là*) *alla frazione* $\dfrac{1}{q\Delta}$ *di quella che si avrebbe in sua assenza.*

Dacchè $\mathcal{A}$ non può discendere in questi punti al di sotto di d, siamo dalle osservazioni numeriche del precedente § autorizzati a concludere che, nel caso di correnti alternative industriali (entro i limiti di validità dell'approssimazione qui adottata), la presenza dello schermo riduce la forza magnetica a pochi centesimi del suo valore, per dir così, naturale; la intercetta sensibilmente per più alte frequenze (1).

Indichiamo con ϑ l'angolo che la linea d'azione della forza magnetica naturale fa coll'asse y. Le (30) e (28′) mostrano subito che, nel campo magnetico modificato dalla presenza del conduttore, l'analogo angolo (contato, a partire dall'asse y, nello stesso senso) vale 2ϑ.

Nei punti del piano mediano ($y = 0$, $\vartheta = 0$) N, e così N′, si annullano. La forza è dunque in questi punti (esista o no lo schermo) normale al piano mediano stesso.

La forza magnetica naturale (30) ha in un generico istante t, l'intensità $|\text{sen } \omega| H_0'$; quella modificata dal piano conduttore $|\cos \omega| H_0$. Ai massimi dell'una corrispondono dunque i minimi dell'altra, e reciprocamente; ossia *le due fasi sono a una distanza di un quarto di periodo.*

Si osservi da ultimo che, finchè si tratta di correnti alternative industriali, si può identificare la fase ω con $2\pi nt + \alpha$, poichè allora $2\pi n A x$ non ha certo valore apprezzabile nel campo di osservazione (entro cui si suppongono naturalmente gli assi di riferimento).

Matematica. — *Sulle superficie che contengono sistemi doppi ortogonali isotermi di cerchi geodetici.* Nota II (2) di Ugo Amaldi, presentata dal Socio S. Pincherle.

In questa Nota, facendo seguito ad altra, che, sotto analogo titolo, ha avuto di recente l'onore di essere presentata a questa illustre Accademia, completo la ricerca di cui là ho posto l'enunciato e le basi. Conservo, naturalmente, le medesime notazioni e seguito, per le formole, la numerazione.

3. Il sistema di equazioni, che caratterizza i sistemi doppî ortogonali isotermi di cerchi geodetici di una data superficie e del quale quindi noi dobbiamo discutere le condizioni di integrabilità, si ottiene dal sistema (3) ponendovi $\beta = 0$. Esso è dunque:

$$(10)\qquad \begin{cases} \dfrac{d\gamma}{ds_1} = 0 \qquad , \quad \dfrac{d\gamma}{ds_2} = \frac{1}{2}(\alpha + K) + \gamma^2 \\ \dfrac{d(\gamma)}{ds_1} = \frac{1}{2}(\alpha - K) - (\gamma)^2 , \quad \dfrac{d(\gamma)}{ds_2} = 0 \end{cases}$$

(1) Carattere questo ben noto. Cfr. Poincaré, *Les oscillations électriques*, pag. 58.

(2) V. pag. 198.

e ad esso vanno aggiunte le equazioni (5) (8) che in questo caso diventano:

$$(11)\quad \frac{d\alpha}{ds_1}=-\frac{dK}{ds_1}-2(\gamma)\left[\tfrac{1}{2}(\alpha+K)+\gamma^2\right],\quad \frac{d\alpha}{ds_2}=\frac{dK}{ds_2}+2\gamma\left[\tfrac{1}{2}(\alpha-K)-(\gamma)^2\right]$$

$$(12)\qquad \frac{d^2K}{ds_2\,ds_1}+\frac{d^2K}{ds_1\,ds_2}+3\left[(\gamma)\frac{dK}{ds_2}-\gamma\frac{dK}{ds_1}\right]=0\,.$$

Poichè quest'ultima per $K=\text{cost.}$ è identicamente soddisfatta, il sistema (10) (11) è in tal caso completo: poichè tale sistema appartiene manifestamente alla nota classe di sistemi differenziali studiati dal Lie (1) ritroviamo il risultato già ben conosciuto (2), che sulle superficie a curvatura totale costante esistono ∞^4 sistemi doppî ortogonali isotermi di cerchi geodetici; essi si determinano integrando il sistema completo (10) (11) [per $K=\text{cost.}$].

Escluso il caso della superficie a curvatura totale costante, indichiamo con (g) e g rispettivamente le curvature geodetiche delle linee $K=\text{cost.}$ e delle loro traiettorie ortogonali, e con ψ l'angolo delle linee di curvatura geodetica γ con quelle di curvatura geodetica g. Se allora poniamo:

$$h=\frac{\Delta_1 K}{\Delta_2 K}-(g)\,,$$

dove Δ_1 e Δ_2 rappresentano i ben noti parametri differenziali del primo e del secondo ordine rispettivamente, la (12) si può ridurre alla forma:

$$2\gamma\cos\psi-2(\gamma)\operatorname{sen}\psi=\frac{h-(g)}{2}\operatorname{sen}2\psi+2g\cos 2\psi\,;$$

se poniamo $h-(g)=2\nu$ e introduciamo una nuova indeterminata μ, quest'ultima equazione è equivalente al sistema:

$$(13)\quad 2\gamma=(\mu+\nu)\operatorname{sen}\psi+g\cos\psi\ ,\ 2(\gamma)=(\mu-\nu)\cos\psi+g\operatorname{sen}\psi.$$

Ora ci rimane da stabilire sotto quali condizioni per la μ e la ψ le espressioni precedenti di γ e (γ) rendano soddisfatte le (10), fra cui sia eliminata la α, che nelle (13) non compare più, vale a dire le (1), (2) e la (4). Ma, se introduciamo il sistema coordinato covariante φ_r $(r=1\,,\,2)$ del fascio cui appartengono le congruenze γ e (γ) e il rispettivo sistema ortogonale canonico $\bar{\varphi}_r$, le (1), (2) sono rispettivamente equivalenti alle (3):

$$\sum_{r,s}a^{(rs)}\,\bar{\varphi}_{rs}=K\ ,\ \sum_{r,s}a^{(rs)}\,\varphi_{rs}=0\,.$$

(1) Lie-Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*. Erster Abschnitt. Kap. 10.
(2) Darboux, l. c. III Partie, n. 655.
(3) Ricci et Levi-Civita, l. c., chap. VI, § 1.

Se indichiamo con $\frac{d}{d\sigma_2}$, $\frac{d}{d\sigma_1}$ le derivate intrinseche secondo le curve $K = \text{cost.}$ e le loro traiettorie ortogonali, e designiamo con q l'anisotermia del fascio definito dalle $K = \text{cost.}$, le due ultime equazioni, ove tengasi conto delle (12), dànno luogo a due equazioni indipendenti, lineari, rispetto a $\frac{d\mu}{d\sigma_1}$ e $\frac{d\mu}{d\sigma_2}$, che, risolute rispetto a codeste due derivate, dànno:

$$[I] \quad \begin{cases} \frac{d\mu}{d\sigma_1} = \left(\frac{p}{2} - \mu^2\right)\cos 2\psi - \frac{1}{2} q \operatorname{sen} 2\psi + \frac{1}{2}\mu\,(h + (g)) \\ \frac{d\mu}{d\sigma^2} = -\left(\frac{p}{2} - \mu_2\right)\operatorname{sen} 2\psi - \frac{1}{2} q \cos 2\psi \\ p = \frac{dh}{d\sigma_1} + \frac{d(g)}{d\sigma_1} + (h + (g))\,(g) - 2K \end{cases}$$

A queste equazioni aggiungiamo la rispettiva condizione di integrabilità:

$$[II] \quad \begin{cases} 2\mu q = A \operatorname{sen} 2\psi + B\cos 2\psi \\ A = \frac{1}{2}\frac{dq}{d\sigma_2} + \frac{1}{2}(h + (g))p - \frac{1}{2}\frac{dp}{d\sigma_2}, \quad B = -\frac{1}{2}\frac{dq}{d\sigma_1} + \frac{1}{2}(h + (g))q - \frac{1}{2}\frac{dp}{d\sigma_2}. \end{cases}$$

L'equazione (4), ove si tenga conto della prima delle (13), diventa:

$$[III] \quad \begin{cases} -3\mu^2 \operatorname{sen} 2\psi + 2\mu g = A' \operatorname{sen} 2\psi + B' \cos 2\psi \\ A' = 2\frac{dg}{d\sigma_2} - 2\frac{dv}{d\sigma_1} + \frac{1}{4}[h + 3(g)][h - (g)] + g^2 - p, \quad B' = -4\frac{dg}{d\sigma_1} - 2gv. \end{cases}$$

Infine dobbiamo tener conto del fatto che ψ è l'angolo di due congruenze, l'una del fascio φ_r, l'altra del fascio della congruenza $K = \text{cost.}$; applicando una relazione nota fra ψ e i sistemi coordinati covarianti dei due fasci [2] e tenendo conto delle [I] troviamo il sistema:

$$[IV] \quad \begin{cases} \frac{d\psi}{d\sigma_1} = -\frac{1}{2}\mu \operatorname{sen} 2\psi + \frac{1}{2} g \\ \frac{d\psi}{d\sigma_2} = -\frac{1}{2}\mu \cos 2\psi + \frac{1}{2}(g) + \frac{1}{4}(h + (g)), \end{cases}$$

la cui condizione di integrabilità è, come è ben naturale, conseguenza delle [I].

4. Da quanto precede risulta che affinchè la varietà data contenga sistemi doppî ortogonali isotermi di cerchi geodetici, è necessario e sufficiente

[1] Ricci, *Lezioni* ecc., pag. 163, form. (5).

che esistano due funzioni μ e ψ, le quali soddisfacciano al sistema [I, II, III, IV]. Se questo sistema ammette soluzioni, a ciascuna di esse corrisponde sulla varietà data un sistema doppio ortogonale isotermo di cerchi geodetici, i cui sistemi coordinati covarianti si esprimono immediatamente per mezzo dell'angolo ψ e degli analoghi sistemi covarianti della congruenza $K = \text{cost.}$ e della congruenza ortogonale.

Ci resta adunque soltanto da discutere quando l'indicato sistema ammetta soluzioni.

È manifesto che le equazioni II e III non possono essere soddisfatte identicamente, vale a dire senza portare alcun legame fra μ e ψ. Esse quindi o sono distinte, o si riducono ad una sola. Nel primo caso esse definiscono μ e ψ, assegnando per codesta coppia di funzioni un numero finito di determinazioni. Se qualcuna fra queste rende soddisfatte anche le equazioni differenziali I e IV, esiste corrispondentemente a ciascuna di esse, sulla varietà data, una coppia di congruenze ortogonali isoterme di cerchi geodetici. Tralasciando di sviluppare i complicatissimi calcoli che si richiederebbero a formare esplicitamente le condizioni, sotto cui le funzioni μ e ψ definite dalle II e III rendono soddisfatte le I e IV, ci limiteremo ad osservare che il caso è teoricamente caratterizzato, in quanto, riconosciuta l'indipendenza delle II e III, si constata, mediante operazioni in numero ed in termini finiti, se sulla data varietà esistano o no sistemi doppî di cerchi geodetici (in numero finito), e in caso affermativo si determinano completamente.

Se le II e III si riducono ad una sola equazione, si riconosce subito, ponendo uguale a zero il determinante funzionale dei loro primi membri rispetto a μ e ψ, od anche mediante una semplice discussione diretta, che deve verificarsi l'uno o l'altro dei seguenti sistemi di condizioni:

a) $$A = B = q = 0$$

oppure:

b) $$A = B = A' = B' = 0.$$

Nel caso a) la $q = 0$ ci dice che sulla data varietà la congruenza di curve $K = \text{cost.}$ deve essere isoterma: le altre due equazioni dànno, come risulta dalle espressioni di A e B,

$$\frac{dp}{d\sigma_2} = 0 \quad , \quad \frac{dp}{d\sigma_1} = (h + (g))\, p\,.$$

Ma sopratutto ci importa di notare che in tal caso, la II essendo una identità, rimane a considerare la sola III.

Derivando questa secondo σ_1 e σ_2 e tenendo conto delle I e IV otteniamo le due equazioni:

$$[\mathrm{III}'] \quad \begin{cases} \frac{1}{2}\mu(9\mu^2 - 3p + \mathrm{A}') \operatorname{sen} 4\psi + (\mathrm{C} - 3\mu^2(h + (g))) \operatorname{sen} 2\psi + \\ \quad + (\mathrm{D} - 5\mu^2 g) \cos 2\psi - \mathrm{B}'\mu \operatorname{sen}^2 2\psi + g(h + (g))\mu + 2\mu \frac{dg}{d\sigma_1} = 0 \\ \\ 3\mu^3(1 - 3\operatorname{sen}^2 2\psi) - \frac{\mu}{2}\mathrm{B}' \operatorname{sen} 4\psi + (\mathrm{C}' + 2\mu^2 g) \operatorname{sen} 2\psi + \\ \quad + (\mathrm{D}' - \frac{3}{2}\mu^2 h - \frac{9}{2}\mu^2(g)) \cos 2\psi + \mathrm{A}'\mu \cos^2 2\psi = 0 \\ \\ \mathrm{C} = g\,\mathrm{B}' - \frac{d\mathrm{A}'}{d\sigma_1}\,, \quad \mathrm{D} = g(p - \mathrm{A}') - \frac{d\mathrm{B}'}{d\sigma_1}\,, \\ \\ \mathrm{C}' = -gp + \frac{1}{2}(h + 3(g))\mathrm{B}' - \frac{d\mathrm{A}'}{d\sigma_2}\,, \quad \mathrm{D}' = -\frac{1}{2}(h + 3(g))\mathrm{A}' - \frac{d\mathrm{B}'}{d\sigma_2} \end{cases}$$

Ora se le tre equazioni III, III′ sono incompatibili, sulla data varietà non vi sono sistemi doppî ortogonali isotermi di cerchi geodetici. Se sono compatibili e si riducono a due soltanto, esse definiscono un numero finito di determinazioni per la coppia di funzioni μ e ψ e possiamo constatare mediante un numero finito di operazioni in termini finiti se ad esse corrispondano effettivamente sulla varietà data sistemi doppî della specie cercata e in caso affermativo li possiamo effettivamente determinare. Se, infine, le III, III′ si riducono ad una sola equazione (la III), si riconosce, mediante una discussione che richiede calcoli alquanto laboriosi ma di nessuna intrinseca difficoltà, che si ricade nel caso *b*).

In questo caso le II, III si riducono alla $\mu = 0$ e perciò il sistema I diventa:

$$p \cos 2\psi - q \operatorname{sen} 2\psi = 0\,, \quad p \operatorname{sen} 2\psi + q \cos 2\psi = 0\,,$$

onde risulta, insieme con le *b*), $p = q = 0$. Anche in questo caso, dunque, si tratta di superficie, su cui le curve $\mathrm{K} = \text{cost.}$ formano una congruenza isoterma. L'angolo ψ è in tal caso definito dal sistema, necessariamente completo:

$$(14) \qquad \frac{d\psi}{d\sigma_1} = \frac{1}{2}g\,, \quad \frac{d\psi}{d\sigma_2} = \frac{3}{4}(g) + \frac{1}{4}h\,,$$

la cui soluzione generale dipende da una costante arbitraria. Si hanno dunque sulla varietà data ∞^1 sistemi doppî ortogonali isotermi di cerchi geodetici.

5. Concludendo la nostra ricerca, abbiamo che, *se si prescinde dalle superficie a curvatura totale costante, sulle quali esistono* ∞^4 *sistemi doppi ortogonali isotermi di cerchi geodetici, su di una superficie non possono esistere più di* ∞^1 *sistemi doppi siffatti. Le superficie che contengono effettivamente una semplice infinità di codesti sistemi sono caratterizzate dal sistema di equazioni intrinseche:*

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{dg}{d\sigma_1}+\dfrac{d(g)}{d\sigma_2}=0 \quad , \quad \dfrac{d(g)}{d\sigma_1}+\dfrac{dh}{d\sigma_1}+(h+(g))\,(g)-2\,\mathrm{K}=0 \\ 4\dfrac{dg}{d\sigma_1}+(h-(g))\,g=0\,, \quad \dfrac{d(g)}{d\sigma_1}+\dfrac{dg}{d\sigma_2}=\mathrm{K}-\dfrac{h}{8}[h+6(g)]-\tfrac{1}{2}\,g^2-\tfrac{1}{8}(g)^2 \end{cases}$$

Verificate queste condizioni, gli ∞^1 *sistemi doppi in parola si determinano integrando il sistema completo* (14).

Finiremo osservando che se, anzichè supporre dato l'elemento lineare, si volessero determinare tutti i ds^2 a curvatura totale non costante, su cui esistono ∞^1 sistemi doppî ortogonali isotermi di cerchi geodetici (problema del Darboux) bisognerebbe integrare il sistema differenziale, che si ottiene aggiungendo alle (15) la formola del Liouville relativa al fascio cui appartengono le curve $\mathrm{K}=\text{cost.}$, e la nota relazione che lega l'invariante h alle curvature geodetiche g e (g) [1], cioè le due equazioni:

$$\frac{d(g)}{d\sigma_1}-\frac{dg}{d\sigma_2}+g^2+(g)^2+\mathrm{K}=0\,, \quad \frac{dh}{d\sigma_2}=\frac{dg}{d\sigma_1}+g\,(h+(g))\,.$$

Fisica. — *Ricerche di radioattività indotta.* Nota II^a di A. Sella, presentata dal Socio Blaserna.

1. In una Nota preliminare presentata a codesta Accademia nella seduta del 19 gennaio 1902, annunziavo che si può rendere radioattivo un corpo metallico, quando si affacciano ad essa delle punte e si pongono punte e corpo in comunicazione coi poli di una macchina elettrostatica. La mia prima disposizione consisteva nell'attivare una spirale di filo metallico, coassialmente alla quale era posto un cilindro fornito di aghi radiali. Le ricerche ulteriori furono condotte nel seguente modo.

Si prende una lastra metallica (cm. 10×14) e normalmente ad essa si pongono 3 aghi colle punte verso la lastra (ai vertici di un triangolo di 2 cm. di lato). Aghi e lastra sono posti in comunicazione coi poli di una macchina elettrostatica con un condensatore in derivazione, e si lascia funzionare questa per un certo tempo (di solito mezz'ora); la distanza fra le punte e la lastra varia a seconda della potenza della macchina; essa veniva in fatti regolata in modo da avere effluvio, senza che scoccassero scintille, e riesce quindi molta diversa a seconda del segno elettrico delle punte.

Per misurare l'attività acquistata dalla lastra, la si poneva poi in comunicazione con il polo di una batteria di elementi (il cui altro polo era a terra), mentre affacciata alla lastra era una rete metallica parallela, in comunicazione

[1] Ricci, *Lezioni* ecc., n. 43, form. (15_1).

con una coppia di quadranti di un elettrometro, di cui l'ago era mantenuto ad un potenziale costante e l'altra coppia a terra. Si misurava poi il tempo necessario perchè la rete, inizialmente al suolo, si caricasse ad un determinato potenziale.

2. Il fatto più notevole annunziato nella prima Nota si era che si poteva rendere radioattivo il corpo, anche quando questo era elettrizzato positivamente, contrariamente ai risultati di altri sperimentatori.

Le ricerche istituite colla nuova disposizione confermarono pienamente i primi risultati. Restava ora di stabilire se la radioattività così generata dipende da uno stato speciale prodotto nell'aria dall'effluvio elettrico, ovvero da uno stato preesistente nell'aria stessa, allo stesso modo della radioattività ottenuta dagli altri fisici con corpo negativo.

Potei presto stabilire che l'intensità della radioattività assunta dalla lamina positiva dipende in grande misura dallo stato dell'aria; così essa è quasi nulla operando all'aria od in una stanza colle finestre aperte; cresce assai operando in una stanza, le cui finestre sono state chiuse da parecchie ore e diventa molto grande in un locale chiuso da lungo tempo, come in una cantina.

Di più questa radioattività indotta è piccolissima, se si opera con lamina ed aghi rinchiusi in una cassa della capacità di 30 litri, come se questa proprietà dell'aria non si possa produrre in ambienti piccoli; così non si ottiene attivazione riempiendo la cassa di ossigeno o di gas illuminante. Infine l'attivazione della lamina è indipendente dalla natura del metallo.

Questi risultati provano che la radioattività prodotta con lastra positiva e punte negative affacciate, si forma in presenza di aria, la quale si trova nelle medesime condizioni, in cui si attiva un corpo negativo, e che furono studiate con così interessanti risultati da Elster e Geitel e da Rutherford. E non si può pensare ad attività prodotta, per esempio, dall'ozono o da un'altra modificazione diretta generata dall'effluvio.

3. Lasciando all'aria libera una lastra metallica, p. es. di zinco spulito, collegata ad una macchina elettrostatica, con punte affacciate ed al suolo, si osserva dopo qualche tempo un'alterazione della superficie (probabilmente un'ossidazione) che si dispone in figure a contorni molto netti e che corrispondono in tutto alle così dette figure del Kundt. Si presentava quindi spontanea l'idea di vedere se la porzione attiva della lamina fosse appunto quella, ove la superficie era alterata. Ed apposite misure all'elettrometro, ricoprendo diverse porzioni della lastra con piombo in lamina, confermavano questa supposizione. Ma ponendo la lamina metallica sopra una lastra fotografica, dopo interposto un foglio di carta nera, non ottenni indizî sicuri della cosa per la ragione che la radioattività acquistata dalla lamina, già debole per azioni fotografiche, va rapidamente descrescendo, riducendosi dopo un'ora alla metà e dopo 3 ore al quarto del valore iniziale.

4. Per ottenere degli effetti più cospicui e potere quindi studiare più sicuramente le modalità del fenomeno pensai di operare nell'aria, ma in un ambiente, in cui fosse presente l'emanazione dell'ossido di torio scoperto dal Rutherford. L'analogia fra l'aria atmosferica in luoghi chiusi e l'aria contenente questa emanazione era sufficientemente stabilita dalle ricerche di Elster e Geitel e del Rutherford.

Posi allora sul fondo della cassa di 30 litri prima ricordata, una capsula contenente mezzo chilogramma di ossido di torio ottenuto per precipitazione coll'ammoniaca da soluzioni di nitrato di torio (provenienti da residui di reticelle Auer). La lastra e gli aghi erano disposti nell'interno della cassa ed uniti a fili adduttori ben isolati.

Richiudendo con cura la cassa, lasciando le cose a sè per circa 16 ore e poi elettrizzando per mezz'ora la lastra e gli aghi ottenni i medesimi fenomeni che nell'aria libera, ma un'attivazione molto più intensa, circa 10 volte maggiore come nelle migliori condizioni (cioè in una cantina). Si attivava la lastra sia caricandola positivamente, sia negativamente e pressochè in eguale misura.

Se invece si elettrizza la lastra appena richiusa la cassa, oppure dopo di avere rinnovata l'aria, si ottiene un'attivazione molto maggiore con lastra negativa, che non con lastra positiva.

È a notarsi però che questa attivazione in aria fresca, con lastra negativa, che più brevemente diremo attivazione negativa, è molto più debole (p. es., nel rapporto di 1 a 15) che non quella positiva o negativa, che si ottiene nelle condizioni precedenti, cioè con aria vecchia.

Esaminando ora le due faccie della lastra, si nota che, operando con aria fresca, nell'attivazione negativa si attiva anche la parte non rivolta agli aghi anzi talora più intensamente, che non quella che ha raccolto l'effluvio, mentre nel caso dell'attivazione positiva, essa è debolissima nella faccia posteriore.

Operando in aria vecchia, la faccia non rivolta agli aghi non presenta un'attivazione maggiore della naturale, cioè di quella che si ottiene senza alcun fenomeno elettrico, in un ambiente contenente le emanazioni dell'ossido di torio.

L'attivazione negativa in aria fresca ha poi questo di caratteristico, che, dopo tolta la lastra dalla cassa e di averla lasciata all'aria libera, essa seguita a crescere per alcune ore, sino a più del doppio, mentre una lastra attivata in aria vecchia, subito dopo estratta o resta stazionaria per poi cominciare a decrescere lentamente, ovvero presenta un aumento leggerissimo.

5. Dopo di avere così ottenuto una radioattività molto intensa in aria vecchia esposta alle emanazioni dell'ossido di torio, e di avere trovato che essa è molto persistente, riducendosi dopo 6 ore da 100 a 75 ed a 25 dopo 24 ore, ripresi l'esperienza fotografica tentata prima invano e di cui

al 3. Il risultato fu splendido. Si ebbero sulla lastra fotografica le figure del Kundt; la radioattività viene conferita alla lamina in quelle porzioni della superficie, in cui si ha lo scambio di elettricità fra superficie metallica ed aria ed in cui hanno luogo tutti quei fenomeni ritrovati dal Kundt e da altri sperimentatori dopo di lui. Mentre, giova ricordarlo, la lamina non impressionò la lastra fotografica, quando non era attiva elettricamente, mentre le figure di ossidazione potevano essere sopra di essa nettissime (questo mostra che i fenomeni da me osservati non hanno nulla di comune con quelli riferiti recentemente dal Villard).

Le figure del Kundt si ottengono in pochi secondi facendo avvenire l'effluvio in un'aria fumosa od in cui sieno sospese delle particelle molto leggere (p. e. ossido di magnesio ottenuto bruciando del magnesio in vicinanza); la lamina si copre di fumo o di polvere bianca in quelle porzioni della superficie, che costituiscono appunto le figure del Kundt. Viene quindi naturale alla mente il pensare che queste particelle attive contenute nell'aria si elettrizzano in vicinanza delle punte e poi vengono lanciate sulla lastra ed ivi fissate. Si intende che adopero un'immagine, non volendo in alcun modo affermare o mostrare di credere che le cose avvengano proprio così.

6. Volendo raccogliere i fenomeni osservati, si è portati a concludere che se l'emanazione dell'ossido di torio in aria fresca porta questa in uno stato tale, che si ha un'attivazione solo sopra i corpi negativi, come se si trattasse di particelle elettrizzate positivamente, che seguono le linee di forza — e questo è il fenomeno osservato dal Rutherford — invece dopo alcune ore l'aria in presenza dell'ossido di torio è in uno stato tale, che l'effluvio elettrico, che esce da una punta, rende attiva una lamina e nelle porzioni di essa su cui viene a battere. Questi risultati spiegono ora quello che si era osservato nell'aria semplice, purchè si ammetta che l'aria atmosferica ordinaria si trova, qualitativamente, nelle stesse condizioni come l'aria in presenza delle emanazioni di ossido di torio. E che nei due casi il lasciare l'aria rinchiusa produca una modificazione nell'aria stessa e non già nella lamina, risulta dall'attivazione intensa che si ottiene sopra una lastra portata in una cantina e sottoposta subito dopo al processo elettrico.

7. Ricordo ancora che collegando la lamina e gli aghi coi poli di un trasformatore Tesla, non si ottiene attivazione anche in aria vecchia contenente emanazioni toriche. Anzi la faccia esposta all'effluvio si mostrò una volta meno attiva della faccia rivolta dall'altra parte, la quale aveva l'attività naturale assunta da ogni corpo lasciato a sè per un certo tempo in vicinanza di ossido di torio.

In questa comunicazione mi sono limitato ad esporre i principali risultati ottenuti, senza riportare i dati numerici, che seguono dalle numerose misure eseguite, riservandomi di pubblicarli prossimamente. Intanto mi è grado ringraziare il signor Caboni, laureando in fisica, il quale mi ha efficacemente aiutato nelle esperienze descritte.

Chimica. — *Sulla tautomeria dell'acido piromeconico* (1). Nota di A. Peratoner, presentata dal Socio E. Paternò.

La determinazione quantitativa dei prodotti di scissione dell'acido piromeconico (2) mi indusse, alcun tempo fa, a concludere che questo acido, di cui dimostrai la costituzione di 3-ossipirone, nelle sue reazioni non si presenta solamente nella forma ossidrilica (I) finora nota, ma altresì in quella tautomerica chetonica (II).

I. $\begin{matrix} HC-O-CH \\ \| \quad\quad \| \\ HC-CO-C.OH \end{matrix}$ II. $\begin{matrix} HC-O-CH_2 \\ \| \quad\quad | \\ HC-CO-CO \end{matrix}$

Mi sembrò inoltre probabile, che da questa forma chetometilenica fosse da derivare l'acido nitroso-dipiromeconico, ottenuto da Ost (3) per l'azione dell'acido nitroso e considerato come prodotto di addizione dell'acido nitroso-piromeconico con una molecola di piromeconico, $C_5H_3O_3 . NO + C_5H_4O_3$.

Lo studio di questa sostanza dimostrò che la mia supposizione era esatta rivelandosi il nitroso-composto invece come isonitroso-derivato. Un'ulteriore prova della presenza del pruppo $— CH_2 — CO —$ nell'acido piromeconico la trovai nella reazione coi sali di diazocomposti.

Nella presente Nota riassumo brevemente i risultati principali della mia ricerca.

Trattavasi anzitutto di trovare un metodo agevole per la preparazione del materiale di partenza, l'acido nitroso-dipiromeconico puro, giacchè il metodo indicato da Ost, di lavorare cioè con piccole porzioni di acido piromeconico polverizzato, introducendole in soluzioni di triossido di azoto nell'etere assoluto, è faticoso e richiede tempo e spesa rilevanti. Inoltre lavorando con quantità maggiori, la formazione di un nitroderivato per l'azione ossidante dell'acido nitroso non può evitarsi; e data la grande instabilità del nitroso-composto, tale impurezza non si riesce ad eliminarla più in alcun modo.

Assai comoda invece è la preparazione, quando si operi in soluzione cloroformica e si impieghi un nitrito alchilico (4), il cui eccesso non nuoce.

Il prodotto cristallino, d'un bel giallo canario, si separa allora nel tempo di 6-8 ore, con un rendimento del 95-97 % del teoretico, senza che si libe-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico dell'Università di Palermo.

(2) Peratoner e Leonardi, Gazzetta chimica *30* I, 539.

(3) Journal. f. prak. Chemie *19*, 195.

(4) Ho preferito al nitrito d'amile quello di etile, preparato secondo Bertoni (Gazz. chim. *12*, 441), perchè dopo si evapora rapidamente col cloroformio.

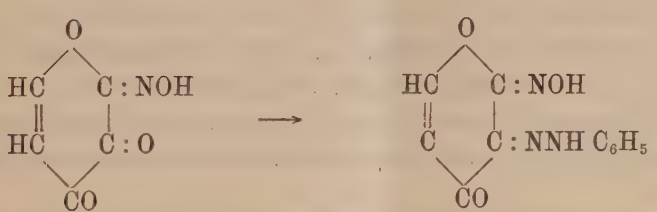
rino traccie notevoli di acido nitroso. Basta lavarlo con cloroformio per averlo puro per analisi. L'impiego di etilato sodico e di soluzione alcoolica non conduce allo scopo.

L'acido piromeconico si comporta di fronte all'etere nitroso come alcuni composti chetometilenici e non come i fenoli. Queste sostanze, come è noto, forniscono isonitrosoderivati anche in soluzione acida, quantunque con scarso rendimento. Però ho potuto convincermi con apposite esperienze che è caratteristico il comportamento dei fenoli, i quali in contatto col nitrito alchilico anche a 0° svolgono una corrente regolare di ossidi dell'azoto, mentre gli 1, 3 — dichetoni (eteri acetil- e benzoilacetico, acetil- e benzoil-acetone) si trasformano coll'etere nitroso solo lentamente ed in piccola parte senza che si liberi acido nitroso.

Il comportamento simile dell'acido piromeconico, faceva già arguire la formazione di un ossima — C : (NOH) — CO —. Ma a dimostrare la presenza e la posizione del gruppo isonitroso male si prestarono le reazioni che sono consigliate in casi simili. Taccio quindi i tentativi infruttuosi e noto solamente che la quistione fu risolta mediante la reazione con fenilidrazina.

A priori erano da considerarsi principalmente due casi più probabili: dovevasi cioè attendere, analogamente alle esperienze di Otto Fischer e Wacker (1) colla chinonossima, la formazione di un acido amidopiromeconico,

oppure secondo i lavori di v. Pechmann (2) quella di un'idrazossima.



La reazione, infatti, procede secondo quest'ultimo schema e va blandamente, quando si introduca il nitrosocomposto a porzioni piccole in soluzione ben raffreddata di fenilidrazina nell'acido acetico glaciale. Il prodotto della reazione inquinato da molta resina rossa è depurato con difficoltà; in ultimo si ottiene dalla soluzione xilolica un miscuglio di due sostanze cristalline,

(1) Berichte *21*, 2616.
(2) Ibidem *21*, 2992, 2994 ecc.

delle quali l'una dal p. f. 165° è costituita da aghi gialli, sottilissimi, l'altra è in fiocchi bianco-grigiastri. Non sono riuscito finora ad avere pura quest'ultima, dapoichè cristallizzando frazionatamente il miscuglio e specialmente adoperando benzolo, i fiocchi bianchi andavano mano mano trasformandosi in aghi gialli, assai simili nell'aspetto a quelli dal p. f. 165°, ma fondenti invece a 197°. Cosicchè infine ebbi una mescolanza dei due corpi giallo-chiari quasi ugualmente solubili nei solventi, sulla cui separazione faticosa non voglio qui dilungarmi.

Questi due corpi sono isomeri, conducendo l'analisi alla formola di *diidrazoni dell'acido nitrosopiromeconico*

$$C_5H_2O(:NOH).(NNH\,C_6H_5)_2$$

Mostrano l'identico comportamento chimico, del quale rilevo:

1. Entrambi sono ancora veri derivati del pirone, venendo trasformati dagli alcali in xantocomposti, gialli, poco solubili, con apertura dell'anello pironico. Trattando questi sali con acidi, le sostanze primitive si rigenerano, però solamente in parte, mentre si formano quantità non trascurabili di corpi di natura gommosa, ciò che è comune ai derivati dell'acido piromeconico.

2. Dopo riscaldamento prolungato delle loro soluzioni con acido cloridrico, queste riducono il liquido di Fehling.

3. I due residui della fenilidrazina in entrambi gli idrazoni sono legati ad atomi di carbonio contigui, dapoichè i prodotti danno la reazione degli *osazoni* di v. Pechmann (1) e per ossidazione blanda si trasformano in *osotetrazoni*.

4. Entrambe le sostanze sono inoltre *idrazossime* e per conseguenza un residuo della fenilidrazina ed il gruppo ossimidico sono ancora legati a due atomi di carbonio contigui. Ciò risulta dal fatto, che per riscaldamento sopra il loro punto di fusione, i prodotti eliminano una molecola di acqua fornendo *l'identico* prodotto di anidrificazione, che è da ritenersi come derivato dell'*osotriazolo*, e si presenta in aghi bianchi dal p. f. 242°.

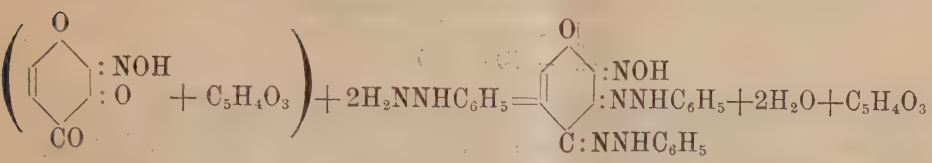
Ne segue che i due corpi isomeri devono avere l'istessa costituzione chimica, e con somma probabilità sono stereoisomeri per la presenza del gruppo ossimico.

La formazione di tutte le sostanze cennate si spiega con facilità, solo quando si ammetta che l'acido nitroso-dipiromeconico sia l'ossima di un trichetone, in cui i tre gruppi carbonilici si trovino in posizione vicinale, cioè se si considera per l'acido piromeconico anche la forma chetometilenica

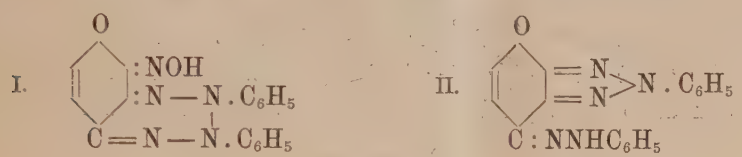
$$2\begin{matrix} HC-O-CH_2 \\ \| \quad\quad | \\ HC-CO-CO \end{matrix} + ON.OH = \left(\begin{matrix} HC-O-C:NOH \\ \| \quad\quad | \\ HC-CO-C:O \end{matrix} + C_5H_4O_3\right) + H_2O$$

(1) Berichte *21*, 2752.

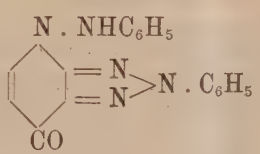
Da questa ossima ottenendosi i due osazoni stereoisomeri con eliminazione della molecola di acido piromeconico addizionata, si sarebbe indotti a ritenere che tale molecola sia legata ad uno dei gruppi carbonilici.



Dalle due diidrazo-ossime stereoisomere per ossidazione si ricavano gli osotetrazoni (I) e per eliminazione di acqua l'identico osotriazolo (II)



Tuttavia rimane dubbio se a questo derivato triazolico non sia da attribuirsi piuttosto la costituzione



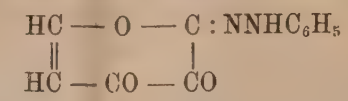
secondo la quale sarebbe anche un composto piridonico.

Il fatto che esso rimane inalterato all'azione dell'idrato potassico bollente, con cui invece forma un sale poco stabile, e che per azione di acido cloridrico non elimina più fenilidrazina, dimostrerebbe che non è più nè idrazone, nè derivato pironico. Se ciò viene confermato, bisognerà ammettere che alla temperatura elevata, alla quale il composto triazolico si forma, avvenga uno scambio fra il residuo fenilidrazinico e l'atomo d'ossigeno in posizione *para*.

Nel caso presente abbiamo dunque un'analogia completa coi prodotti preparati da v. Pechmann dagli 1,2 — dichetoni, con la piccola differenza che mentre comunemente la formazione degli osotriazoli dalle idrazossime ha luogo per azione di deacquificanti o per via indiretta, nel caso attuale avviene direttamente e con facilità pel solo riscaldamento.

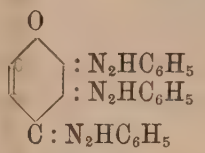
In modo simile alla fenilidrazina reagiscono sull'acido isonitrosopiromeconico anche l'idrossilammina e l'o-fenilendiammina; fornendo quest'ultima un prodotto di condensazione, viene riconfermata la esistenza dei due gruppi carbonili contigui.

L'acido piromeconico si comporta pure come derivato chetometilenico di fronte all'acetato di diazonio. Mescolando le soluzioni acquose ghiacciate, precipita l'*idrazone*, di colore rosso sangue,



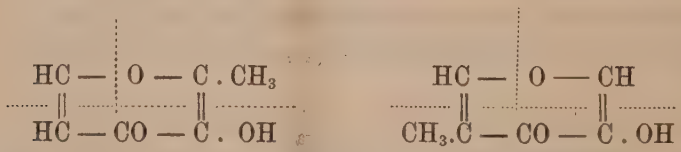
che può cristallizzarsi dallo xilolo o anche dall'alcool, se si eviti di riscaldare troppo. Si decompone a 175° con eliminazione repentina di carbone.

Facendo reagire questa sostanza sopra eccesso di fenilidrazina in acido acetico glaciale, si possono separare due prodotti gialli; l'uno, insolubile, è isomero dell'idrazone rosso e come questo si decompone a 175°. L'altro, il prodotto principale, che dalla soluzione acetica si depone col tempo per aggiunta di piccole quantità d'acqua, e che depurato si presenta in laminette dal p. f. 158°,5, è un *tri-idrazone* dell'acido piromeconico, al quale, in base a quanto fu detto sopra per le diidrazo-ossime, è da assegnarsi la formula



Riferirò in seguito più estesamente sullo studio di queste sostanze.

Intanto voglio notare fin d'ora che secondo l'accordo preso coi sigg. prof. Kiliani di Friburgo e dott. Feuerstein di Mulhouse, tenterò di applicare le reazioni dell'acido piromeconico da me studiate al *maltolo*. Questo composto, ora facilmente accessibile dopo la comunicazione del dott. Feuerstein (1), era stato considerato dal prof. Kiliani a ragione come acido metilpiromeconico (2); tuttavia la costituzione non ne fu chiarita. Ora come derivato dell'ossipirone dovrebbe fornire per scissione quantitativa con alcali, a seconda della posizione del metile:



acido formico (1 molecola), acido acetico (1 molecola) ed alcool acetolico, oppure acido formico (2 molecole) ed alcool metilacetolico. Ulteriori ragguagli sulla posizione del metile rispetto all'ossidrile potrebbero forse ricavarsi dall'azione dell'acido nitroso secondo le indicazioni date nella presente Nota.

(1) Berichte *34*, 1804.

(2) Kiliani u. Bazlen. Berichte *27*, 3115.

Mineralogia. — *Thomsonite e apofillite di Schiket nella Colonia Eritrea.* Nota di G. D' Achiardi [1], presentata dal Corrispondente A. D'Achiardi.

Fra le rocce raccolte dal dott. Gino Bartolommei Gioli nella Colonia Eritrea e donate al Museo di Mineralogia della R. Università di Pisa, delle quali sarà fra breve da me pubblicata una descrizione, sono alcuni campioni di un basalte nerastro amigdalare presi nelle vicinanze di Schiket, località che si trova sulla strada che da Asmara conduce a Godofelassi prima di arrivare ad Adi-Baro [2]. Di questa stessa località, e se non precisamente dello stesso luogo pur sempre del colle di Schiket, già aveva il Bucca [3] fatto conoscere un basalte con venature e sferule di calcedonio, descritto poi successivamente anche dal Sabatini [4]. Però sembra che almeno per la natura delle segregazioni secondarie nulla abbia a che fare con quello da me osservato, nel quale si hanno del pari vene e sferule amigdalari, ma, anzichè essere calcedoniose, sono di costituzione zeolitica e affine, come dimostra lo studio da me fatto e di cui rendo qui brevissimo conto.

Thomsonite, varietà färöelite.

Come riempimento delle cavità amigdalari, o disteso in frangie ondulate sulle pareti loro ove esse si allungano irregolarmente assumendo aspetto di venule, si ha quasi esclusivamente un minerale bianco, a struttura fibroso-raggiata, lucentezza sericeo-madreperlacea, che nel suo insieme richiama alla mente l'apparenza della mesole, della färöelite e della così detta sferostilbite, varietà tutte di thomsonite, descritta la prima da Berzelius [5], la seconda da Heddle [6] e nuovamente studiata e riportata a questa specie la terza dal Prior [7]. Lo studio fattone conferma la corrispondenza.

Osservando infatti al microscopio le esili fibre, che rendono aspra la superfice delle sferule da cui sporgono, si riconoscono per trimetriche con

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Mineralogia della R. Università di Pisa.

(2) Baldacci, *Carta dimostrativa della Colonia Eritrea.* Mem. descritt. della Carta geol. d'Italia. Vol. VI, Roma, 1891.

(3) *Contribuzione allo studio geologico dell'Abissinia.* Att. Acc. Gioenia di Sc. Nat. Ser. IX, vol. IX, Catania, 1892.

(4) *Sopra alcune rocce della Colonia Eritrea.* Parte III. Boll. R. Com. Geol., vol. X, n. 2, Roma, 1899.

(5) Philosophical Journal, *7,* 6, 1822.

(6) Philosophical Magazine, *13,* 50, 1857; *15,* 28, 1858.

(7) *On sphaerostilbite.* Mineralogical Magazine, *12,* 54, 1898.

abito prismatico-basale a contorno rettangolare, estinzione perfettamente parallela all'allungamento loro e segno ottico positivo.

Durezza c^a. 5; peso specifico = 2,25. Al cannello ferruminatorio fonde decrepitando in uno smalto bianco e colora la fiamma in giallo.

Con acido cloroidrico a caldo dà silice gelatinosa.

L'analisi quantitativa mi dette i risultati della colonna I, riportati a 100 nella II:

	I	II
$Si\,O_2$	41,30	40,96
$Al_2\,O_3$	29,49	29,25
$Ca\,O$	11,61	11,51
$Na_2\,O$	5,11	5,07
$K_2\,O$	tracce	—
$H_2\,O$	13,32	13,21
	100,83	100,00

Gli alcali furono calcolati come se fosse solo presente il sodio, poichè il potassio potè solo avvertirsi qualitativamente alla fiamma nel prodotto della disgregazione del minerale con fluoruro ammonico dopo eliminazione della calce e dell'allumina.

L'acqua fu determinata alle temperature seguenti:

	$H_2\,O$ %
A 80°-85°	0,942
145°-150°	1,169
205°-210°	1,107
255°-260°	1,365
325°-330°	2,179
Per arroventamento	6,556
	13,318

Anche nella quantità di acqua perduta alle diverse temperature si ha notevole corrispondenza con le determinazioni fatte sulla mesole e sulla färöelite per le quali pure poco meno della metà se ne va solo con l'arroventamento (1).

Altra e non minore corrispondenza con le stesse varietà si ha poi nell'eccesso di silice di fronte alla costituzione ammessa come normale nella thomsonite, onde se può dubitarsi che si abbia a che fare con tipica thomsonite, nessun dubbio rimane che si tratti della stessa cosa di quelle varietà sopra citate, che furono e sono riferite a questa specie, per le quali, anche

(1) Dana, *A System of Mineralogy*, pag. 608, New-York, 1892.

se se ne dovessero distinguere, non vi ha certo ragione per indicarle con diversi nomi, ed io ho prescelto quello di färöelite, perchè l'altro più antico di mesole può ingenerar confusione con altre specie quasi egualmente denominate.

L'eccesso di anidride silicica fu da taluno attribuito a mescolanza di quarzo, ma Dana esclude giustamente questa spiegazione. Altra e migliore interpretazione può forse aversi, considerando l'acqua, in buona parte almeno, come di costituzione della molecola, nel ritenere col Clarke (1) che una porzione del silicio anzichè del gruppo $[Si\,O_4]$ debba considerarsi come facente parte del gruppo $[Si_3\,O_8]$, che del pari tetravalente può ad esso sostituirsi.

Apofillite, varietà tesselite.

Sulle frangie sferulitiche di thomsonite si osservano qua e là dei cristalletti isolati, scoloriti, cubiformi, che a prima vista potrebbero credersi di cabasia. Misurati però gli angoli, quantunque la natura delle faccie non consenta misure goniometriche rigorosamente esatte, ho sempre trovato valori vicinissimi a 90° tanto da escludere il dubbio che si trattasse di cabasia, dubbio escluso del tutto anche dal contegno ottico per l'estinzione, che è di cristalli dimetrici.

Essi spettano alla apofillite, che suole accompagnare anche la färöelite testè ricordata, ed un attento esame al microscopio dei più nitidi cristallini, fra i pochi che ho potuto esaminare, li mostra talvolta costituiti oltrechè dalle facce }100{, }001{, che sono sempre le più sviluppate e spesso le sole esistenti, anche dalle facce }111{ e da quelle pure di un prisma ditetragonale }m n 0{, le une e le altre sempre però piccolissime.

Si ha quindi un abito cristallino quale in quella varietà di apofillite detta tesselite ritrovata alle isole Färöer, e quale fu anche effigiato dal Rumpf (2) e dal Dana (3) per i più semplici cristalli di questa e di altre località.

La sfaldatura è parallela a }001{ con lucentezza madreperlacea.

Durezza = 5; peso specifico = 2,2.

Anomalie ottiche evidentissime tanto sulle facce del prisma, quanto sulle basali che appariscono divise in quattro settori triangolari, nei quali talvolta si ha associazione di aree otticamente positive e negative, carattere anche questo della apofillite.

(1) *The Constitution of the Silicates.* Bull. Un. St. Geol. Surv. Washington, 1895.

(2) *Ueber den Krystallbau des Apophyllits.* Tschermak's Mitth. Bd. II Wien, 1880, tav. III, fig. 15.

(3) Op. cit., pag. 566, fig. 1.

Al cannello ferruminatorio si sfoglia, rigonfia, imbianca e fonde in smalto bianco colorando la fiamma in giallo e violetto, visibile quest'ultima colorazione eliminando la prima con vetro azzurro.

Le ricerche qualitative per via umida dettero silice gelatinosa con gli acidi; calcio abbondante e solo tracce di allumina.

Impossibile fare un' analisi quantitativa completa disponendo di pochissimi cristallini, ma i saggi ottico-cristallografici e chimici non lasciano alcun dubbio che si tratti di apofillite simile alla varietà tesselite.

Cecidologia. — *Di una nuova specie di Pinipide galligeno e della sua galla già nota a Teofrasto.* Nota del dottor A. Trotter, presentata dal Corrispondente Cuboni.

Tra le numerose galle da me raccolte in un viaggio compiuto coll' amico dott. Achille Forti di Verona nella penisola balcanica ed in Asia Minore, dal luglio all' ottobre del 1900, galle che saranno completamente illustrate in un prossimo fascicolo degli Atti della Società botanica italiana, mi colpì non poco una singolarissima della Quercia rinvenuta prima (23 agosto) in Asia Minore sul M. Olimpo nei dintorni di Brussa (su *Quercus lusitanica* Lam.) quindi, più tardi (29 settembre) in Montenegro, non lungi da Cetinje, nei paraggi di Dobisko Selo (su *Q. sessiliflora* Sm. var. *pubescens* Will.).

La struttura di questa galla è altrettento semplice, quanto curiosa e perfetta: è essa costituita a maturità di una specie di nocciolo legnoso, durissimo, ovoide, sensibilmente attenuato ai due poli, lungo 10-12 mm. largo 8-10 mm., a superficie ruvida, anzi un po' rugosa e di un colorito isabellino più o meno spiccato. Entro a questo nocciolo trovasi scavata la camera larvale, tondeggiante di 4-6 mm. di diametro. Questa galla deriva, per quanto io ho osservato, da una trasformazione del frutto — non escludo ch' essa possa talora formarsi anche a spese di una gemma — ed aderisce perciò al ramo, da cui ebbero origine tali organi, e non se ne stacca che a maturità.

Ciò però che più interessa in questa galla si è il suo fitto e completo rivestimento di peli, di un aspetto lanuginoso, peli che sono lunghi 8-12 mm. e talora anche fino a 15-20 mm., giallicci da giovani, fulvi e rossicci a maturità. Osservati con leggero ingrandimento, essi si mostrano diritti soltanto nella porzione basale, presso l'inserzione, mentre più su vanno regolarmente serpeggiando ad acuti zig-zag; ad ingrandimento più forte si vedono costituiti di una serie di cellule cilindriche, abbastanza lunghe, un po' ingrossate all' estremità, le basilari più corte, ricche di protoplasma, le terminali più allungate e povere di contenuto. È chiaro quindi che l' accrescimento dei peli è dovuto principalmente all' accrescersi delle cellule basilari.

Questo rivestimento lanoso appare assai presto nell' ontogenesi della galla, e mentre il nocciolo interno, cioè la galla propriamente detta, è appena sviluppata, avendo un diametro soltanto di 2-4 mm. (1), la chioma lanosa ha già quasi toccato l' apice del suo accrescimento. L' altra continua poi ad accrescersi lentamente fino ad assumere i caratteri già descritti. Giunto a questo punto, il nocciolo si è venuto staccando *completamente* dal suo involgio lanoso e, contemporaneamente, anche dal ramoscello a cui fino allora era rimasto congiunto, per cui esso cade a terra per il proprio peso. Il rivestimento lanoso invece, per la propria leggerezza, perdura quasi sempre per un certo tempo sulla pianta, sostenuto da qualche foglia o da qualche aderenza semplicemente meccanica col ramoscello, finchè il vento o la pioggia non disperdono anche quest' ultimo vestigio della curiosissima galla (2). In Montenegro io mi sono imbattuto in un arboscello di Quercia che era quasi tutto coperto da questi ciuffi lanosi, semplicemente sostenuti dalle foglie e dai rami, e già abbandonati dalla parte più importante della galla; e se io non avessi già saputo di che cosa si trattava, per averla prima raccolta in Asia Minore in diverse fasi di sviluppo, sarei stato ben imbarazzato nel giudicare di che si trattasse. Ai piedi dell' arboscello rinvenni poi, tra i detriti vegetali abbondantissimi i noccioli caduti, che raccolsi per allevarne il produttore.

Scorgiamo quindi in questa galla un' evoluzione morfologica e biologica curiosissima ed, a vantaggio dell' animale, dei provvedimenti protettivi semplici e ad un tempo perfetti: la larva, quando il tessuto che l' avvolge è ancor tenero e facilmente potrebbe venir trapassato dall' ovopositore di qualche insetto parassita, è validamente protetta dal cospicuo involucro lanoso che appare per l' appunto, già l' ho detto, sin dall' iniziarsi della galla, mentre quando le pareti di questa si son fatte grosse e legnose, l' involucro protettivo non è più necessario e la galla cade a terra; ma anche in quest' ultimo semplice fatto noi scorgiamo un utile provvedimento, poichè sul terreno, tra le foglie ed il musco, essa resta meglio salvaguardata dagli attacchi degli animali parassiti o predatori, ma sopratutto nel terreno le condizioni di temperatura e di umidità sono le più favorevoli allo sviluppo del produttore, quando questi specialmente abbia, com' è il caso nostro, un lungo periodo larvale.

Ho ottenuto l' insetto produttore di questa galla soltanto ai primi di marzo di quest' anno, da galle che tenevo in allevamento nel mio laboratorio e raccolte, come già ho detto, nell' estate del 1900: l' insetto è quindi ap-

(1) In questo stadio la galla è piuttosto sferica che ovoide, succosa e quindi più tenera, ed il suo colorito esterno è verde, in causa dei cloroplasti che ancora sussistono nelle parti periferiche del suo tessuto.

(2) Lo staccarsi della galla dal ramo e dall' involgio peloso, corrisponde per l'Asia Minore alla fine di agosto e primi di settembre, ad una ventina di giorni più tardi per il Montenegro.

parso nel terzo anno. Avendolo studiato ed avendo riconosciuto una nuova specie del gen. *Cynips*, do di essa una breve descrizione diagnostica:

CYNIPS THEOPHRASTEA n. sp.

Colorito *generale rossiccio-mattone; nerastre sono invece le antenne, le suture pleuriche, le tibie ed i tarsi, particolarmente degli arti posteriori: l'addome nelle sue parti laterali è invece di un colorito giallo-miele.* Pubescenza *grigiastra, non molto fitta, diffusa su tutte le parti del corpo, ad eccezione dell'addome che è un po' pubescente soltanto nelle porzioni antero-laterali ed inferiormente da ciascun lato della spinula ventrale.* Mesonoto *percorso dall'avanti all'indietro da quattro solchi lineari, nerastri, due mediali, che dal margine anteriore giungono sin quasi a metà del mesonoto, gli altri due, uno per ciascun lato, che dal margine posteriore giungono anch'essi sino circa a metà.* Fossette *dello scutello oblique, nerastre, pubescenti.* Spinula *ventrale lunga circa 5 volte la propria larghezza, cigliata al disotto.* Antenne *di 14 articoli il 3° art. è più lungo del 4°, tutti gli altri uniformemente decrescenti in lunghezza ad eccezione dell'ultimo che è un po' più lungo del penultimo; i primi quattro articoli nei punti di articolazione hanno un anello di colorazione più chiara. — Questa specie emana, toccandola, un odore di cimice abbastanza sensibile, benchè non così sgradevole.* Statura *7-8 mm.*

Se questo insetto galligeno è assolutamente nuovo, non può dirsi lo stesso della sua galla di cui la prima notizia risale anzi a più di 2000 anni addietro, essendo stato Teofrasto il primo a ricordarla nella sua *Storia delle piante:* « Produce anche (la Quercia), scrive egli, (Lib. III, cap. VII, per altri è VIII), ciò che alcuni chiamano pelo che è una pallottolina lanosa e molle, cresciuta intorno ad un nucleo più duro, e che serve per lucignolo, essendochè arde bene..... » (1). La caratterizzazione che Teofrasto dà di questa galla è così chiara e precisa che non vi ha dubbio alcuno ch'essa non sia la galla della nostra *Cynips Theophrastea.* Il Kieffer, nella sua Monografia *Les Cynepides* (p. 200), trattando degli usi a cui hanno servito o servono le galle, cita il passo di Teofrasto relativo alla nostra galla, la cui lanugine era impiegata a farne dei lucignoli, senza poterla però naturalmente identi-

(1) Dalla recente volgarizzazione italiana di F. Ferri Mancini (Roma, Loescher, 1901). Il testo greco dice così: *Φύει δὲ καὶ τὸν ὑπ' ἐνίον καλούμενον πίλον· τοῦτο δ'ἐστὶ σφαιρίον ἐριῶδες μαλακὸν περὶ πυρηνίου σκληρότητα πεφυκὸς, ᾧ χρῶνται πρὸς τοὺς λύχνους· καίεται γαρ καλῶς.....* così tradotto in latino nella ottima edizione del Wimmer (Parigi, Firmin-Didot, 1866): *Gignit etiam quem pilum nonnulli vocant, globulum lanatum mollem circa corpusculum nucleaceum durius, quo in lucernarum luminibus utuntur, quia probe flagrat.....*

ficare (1). Soltanto egli opina possa trattarsi di una galla simile per il suo rivestimento lanoso a quella di un altro cinenottero della quercia, l'*Andricus ramuli*. Conosco perfettamente quest'ultima specie, nota anche a Malpighi, ma essa per moltissimi caratteri assai importanti si differenzia assolutamente dall'altra: nell'interno anzichè un nocciolo globoso, duro, vi hanno numerosissime piccole cellette, grosse quanto un grano di miglio, che facilmente si separano le une dalle altre ognuna delle quali possiede alla sommità un proprio ciuffo di peli; questi hanno poi, nella massa, un *habitus* affatto diverso ed osservati al microscopio sono unicellulari e di un diametro doppio o triplo degli altri. Essa si sviluppa poi esclusivamente dalle infiorescenze maschili.

Recentemente avendo avuta occasione di visitare le collezioni cecidologiche della R. Stazione di Patologia vegetale di Roma, trovai con mia sorpresa in un cartoccio un gran mucchio di una lanugine rossiccia proveniente dall'Erbario Cesati, raccolta su Quercie di Sardegna, che riconobbi tosto dover appartenere alle galle della *C. Theophrastea*; ed a sicura conferma della mia supposizione, rovistando tramezzo, vi ho potuti anche rinvenire due o tre dei noccioli interni caratteristici.

Questa singolare produzione cotonosa dell'Erbario cecidologico della R. Stazione patologica romana, è quella appunto di cui ebbe a trattare brevemente la marchesa Misciatelli in una seduta della Società botanica italiana, ancora nell'anno 1895 (2), come mi fu confermato anche dal prof. Cuboni, disorientò essa non poco le persone che ebbero ad osservarla, poichè chi la raccolse in Sardegna non ebbe forse l'opportunità di notare la parte principale, cioè il nocciolo interno, o ad esso non vi annesse importanza. Ho avuto anche l'anno passato degli esemplari completi di questa galla in comunicazione dal dott. Cecconi, che li ebbe da Mottola in provincia di Lecce, per cui questa specie ci appare oramai ad un tratto con una distribuzione geografica abbastanza estesa (Asia Minore, Montenegro, Leccese, Sardegna) ed è quindi probabile ch'essa debba in seguito rinvenirsi in molte altre località del bacino mediterraneo e dell'Oriente.

(1) Io pure ne ho fatta esperienza in una piccola lampadina ad olio, ed ho veduto che questa lanugine si presta discretamente come lucignolo, potendo sostituire il cotone; è possibilissimo perciò che, ai tempi di Teofrasto, le popolazioni meno esigenti della campagna, ne traessero a tale scopo profitto, in quelle località naturalmente nelle quali queste galle si mostravano più abbondanti.

(2) Bull. Soc. bot. it. an. 1895, processo verbale, pag. 109.

Zoologia. — *Il Mollusco contagioso negli Anfibi* (1). Nota di Pio Mingazzini, presentata dal Socio Todaro.

Il Mollusco contagioso si conosceva, fino ad ora, soltanto in pochissime specie appartenenti a due classi di Vertebrati, cioè ai Mammiferi (uomo, pecora) ed agli Uccelli (colombo, pollo). Non si era sospettato nemmeno che sarebbe stato possibile di riscontrare tale forma patologica nei Vertebrati inferiori, poichè si credeva limitata ai soli Vertebrati omotermi. Invece io ho potuto trovare, in una specie di Anfibio dei dintorni di Paternò in provincia di Catania, nel *Discoglossus pictus*, una malattia dell'epidermide, che si presenta sotto la forma di noduli relativamente grandi, la quale per i suoi caratteri macroscopici si deve classificare nella categoria del Mollusco contagioso.

I *Discoglossus* infetti provengono da certe località nelle quali sembra che la malattia si propaghi con relativa facilità, perchè un gran numero di esemplari, ivi raccolti in primavera, si presentava affetto da essa. Vi erano alcuni individui lievemente attaccati, con due o tre noduli soltanto sulla loro pelle, altri invece presentavano una notevole estensione del loro tegumento ricoperta dai noduli del Mollusco contagioso. Relativamente alla distribuzione di essi, può notarsi che il dorso è molto più frequentemente infetto del ventre, e presenta noduli molto più sviluppati ed appariscenti. Sebbene non si possa riscontrare nei diversi individui infetti una vera sede di predilezione della malattia, perchè tutta quanta la superficie del corpo può essere invasa dai noduli, tuttavia si può dire che essi trovansi con maggior frequenza all'estremità anteriore verso l'apice del muso, sui margini della bocca e in vicinanza degli occhi, e nell'estremità posteriore in tutta la regione sacrale, con un massimo in vicinanza dell'ano. Meno frequentemente vengono attaccati gli arti, però mi è riuscito di trovarne qualche caso, principalmente sugli anteriori, e non sono risparmiate neppure le dita, sul cui apice ho trovato talvolta dei noduli più o meno sviluppati.

I detti noduli, quando hanno raggiunto il loro completo sviluppo, sono piuttosto grandi; hanno un diametro di quattro a sei millimetri, sono rilevati sul resto del tegumento per un'altezza di circa un millimetro, hanno forma circolare od ovale più o meno regolare. Quando due o più si formano a poca distanza, vengono a toccarsi allorchè sono sviluppati, per un tratto maggiore o minore, lungo il quale il contorno diventa rettilineo. Se molti si sviluppano contemporaneamente in diretta vicinanza, possono fondersi in modo più o meno completo, formando così una superficie nodulare a contorno

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Zoologia nella R. Università di Messina.

esterno curvilineo, nella quale è possibile in certi casi di riconoscere il numero di noduli che l'hanno originata, mentre in altri casi è impossibile, a cagione della completa fusione avvenuta. Queste superficie possono essere notevolmente estese e raggiungono talvolta più di un centimetro quadrato.

Il colorito di questi noduli nell'animale vivente è di un bianco opale, alquanto trasparente; negli animali fissati con sublimato è invece bianco candido, spiccante molto sul fondo bruno scuro o bruno verdastro della pelle del dorso dell'animale; molto meno evidenti sono quelli del ventre, perchè il loro colore è simile a quello bianco giallastro della su perficie inferiore del *Discoglossus*.

La superficie dei detti noduli è pianeggiante; essi per conseguenza si presentano come tanti dischi rilevati sulla pelle dell'animale. Quando si osserva questa superficie sui noduli già fissati e conservati in alcool, vi si vedono delle screplature. Queste sono di due sorta: in alcuni casi sono alquanto profonde, si trovano sulla superficie dei noduli complessi risultanti dalla fusione di due o più noduli semplici e si debbono interpretare come i limiti più o meno evidenti dei noduli primitivi; in altri casi sono più superficiali e poco estese: partono dal centro del nodulo semplice senza raggiungere la periferia ed allora sono l'espressione di tratti di disfacimento della parte superficiale dell'epidermide del nodulo; altre volte infine queste screpolature sono limitate al centro del nodulo ed hanno l'aspetto di un punto infossato del disco stesso.

I *Discoglossus* infetti non presentano differenze fisiologiche ed anatomiche apprezzabili, dai sani; come questi saltano, nuotano e camminano con facilità e vivacità; i loro organi interni sono integri e ben conformati. Io credo che, eccettuati i casi gravissimi, nei quali i noduli per aver ricoperto ed alterato gran parte dell'epidermide, impediscono le funzioni importantissime che questa ha negli Anfibi, causando pertanto uno stato patologico generale grave ed anche la morte, gli animali possano nei casi più comuni, d'infezione leggiera o mediocre, compiere al pari dei sani le diverse funzioni in modo normale.

Esaminata al microscopio un poco di poltiglia ottenuta raschiando la superficie dei detti noduli nell'animale vivente, si vedono le cellule epidermiche normali ed alterate e molti globuli alquanto rifrangenti, caratteristici di questa forma di Mollusco contagioso, un po' irregolari e variabili di dimensione, molto più grossi in generale di quelli della stessa malattia degli Uccelli e dei Mammiferi. Però tale esame riesce nei Batraci comparativamente più difficile di quello che sia nei Vertebrati superiori, poichè nei primi il Mollusco non forma nel derma un'introflessione a modo di follicolo, con apertura crateriforme e con una cavità contenente miriadi di tali corpi, come avviene nei secondi, ma presenta una superficie pianeggiante, con le piccole screpolature superiormente descritte, nelle quali possono trovarsi piccoli accumuli di tali corpi.

I preparati permanenti ottenuti con la triplice colorazione azzurra rossa e gialla, data dall' ematossilina Ehrlich, carminio litico *in toto* ed acido picrico sciolto o in xilolo od in essenza di trementina nelle sezioni, secondo il metodo già da me altre volte pubblicato, confermano il reperto delle osservazioni allo stato fresco, e completano le conoscenze intorno a questa particolare forma patologica dell' epidermide del *Discoglossus*. Le sezioni furono praticate trasversalmente ai noduli presi da diverse parti del corpo, come l' apice del muso, la regione orbitaria esterna, la regione dorsale, le regioni laterale e addominale, tutte dettero risultati identici. I parassiti risultarono colorati in modo differente: i giovani in azzurro intenso dall' ematossilina, gli adulti in rosso dal carminio litico e quelli più maturi, che si trovano nello strato superficiale o anche talvolta liberi sulla superficie nelle screpolature dell' epidermide, poco tinti dai due precedenti colori, ma assumenti una debole colorazione gialla dall' acido picrico. I tessuti normali dell' Anfibio seguono le leggi di colorabilità, secondo quanto produce generalmente il detto metodo: cioè l' epitelio si colora in azzurro, il connettivo in rosso vivo, i globuli sanguigni col plasma giallo e col nucleo in azzurro e via dicendo.

Sede della infezione è esclusivamente l' epidermide; anzi essa non viene in generale affetta in tutte le sue parti, poichè le glandole che ne sono una dipendenza, non di rado vengono risparmiate dal parassita e si trovano normalmente costituite al disotto del nodulo; ma in casi gravi anche diverse fra esse vengono invase dal parassita e sono riempite dalla proliferazione epiteliale che vi produce la sua presenza. Lo strato dermico sottostante, i vasi sanguigni ed i muscoli striati, che in talune regioni possono trovarsi molto vicini all' epidermide, sono generalmente di aspetto normale. Soltanto nei noduli molto sviluppati si può osservare una leggiera proliferazione del connettivo dermico interglandolare, che a forma di zaffi rialza la epidermide infetta e contribuisce a fare aumentare la rilevatezza del nodulo. In gran parte però anche nei noduli maggiori il rilievo è prodotto a spese dello strato epidermico, il quale, in seguito alla presenza del parassita, si ipertrofizza, e prolifera notevolmente, producendo l' accumulo speciale di cellule epiteliali e parassiti che caratterizza essenzialmente il nodulo.

Le sezioni eseguite sia su noduli molto grossi ed a completa evoluzione, sia su quelli assai piccoli, dimostrano che la neoformazione epiteliale è sviluppata secondo la superficie dell'epidermide e non mostra alcuna tendenza ad approfondirsi od invaginarsi nel derma sottostante. È questa una notevole differenza con tutte le altre forme di Mollusco contagioso finora conosciute, e si può indicare come una fase primitiva di tale lesione. È interessante di notare il fatto che questa forma primordiale di Mollusco si incontra appunto in una specie appartenente ad una classe di Vertebrati poco elevata, quale è quella degli Anfibi, mentre in specie appartenenti a classi superiori come negli Uccelli e nei Mammiferi, essa si presenta con caratteri più complessi.

Forse ciò sarà in parte da attribuirsi all' *habitat* diverso dei varî ospitatori, perchè gli uni vivono all' aria, ed i corpuscoli maturi del Mollusco verrebbero facilmente a soffrire il disseccamento se non fossero conservati in un ambiente umido, come la cavità del nodulo del Mollusco dei Mammiferi e degli Uccelli, mentre gli altri vivono prevalentemente nell' acqua; ma anche ammessa una tale ragione, non si può escludere quella propria della maggiore semplicità della forma patologica dovuta alle differenze specifiche del parassita e dell' ospitatore. Un tale fatto si verifica del resto anche in altre malattie parassitarie comuni a differenti classi dello stesso tipo animale.

Il nodulo, quando è molto sviluppato, si presenta limitato nettamente dal resto dell' epidermide: si vede alle due estremità della sezione un brusco rialzo dello strato epidermico, il quale va poi leggermente aumentando verso la parte centrale e presenta sulla superficie libera un contorno variamente sfrangiato, dovuto alle sfaldature irregolari di questa parte dell' epitelio, mentre nell' epidermide normale vi è un limite rettilineo netto, perchè essa si sfalda a strati continui piuttosto regolari. La differenza di altezza fra lo strato sano e lo strato infetto dell' epidermide è notevolissima; nei noduli molto sviluppati lo spessore dell' epidermide infetta è da 15 a 20 volte superiore a quello dello strato sano. Nei noduli meno sviluppati il distacco fra la parte sana e quella malata è meno brusco e si può notare un graduale rialzo dall' una all' altra.

Tutta la disposizione regolare dell' epitelio normale viene ad essere alterata dalla presenza del parassita e tale alterazione è in ragione diretta dello sviluppo del nodulo. Le cellule dei diversi strati vengono spostate, deformate, alterate nella loro costituzione per opera dei numerosissimi parassiti sparsi o nel loro corpo o fra esse, i quali in generale sono più o meno sviluppati, come succede nelle altre forme di Mollusco, a seconda dello strato più o meno profondo dell' epidermide nel quale risiedono. Le forme giovani si trovano nelle cellule più profonde e prevalentemente nello strato degli elementi cilindrici, le più avanzate nello sviluppo e le mature negli strati sempre più superficiali; però non vi ha una legge molto costante in ciò, come avviene nel Mollusco dei Vertebrati superiori, e spesso si osservano forme molto sviluppate del parassita anche negli strati più profondi, come pure si riscontrano forme abbastanza giovani verso gli strati superficiali.

Non tutte le cellule della neoformazione epiteliale vengono invase dai parassiti, anzi molte fra esse ne sono prive; tuttavia sono alterate in parte nella forma, in parte nella costituzione. Nei noduli molto sviluppati lo strato delle cellule cilindriche viene modificato nel senso che i loro nuclei non hanno più la regolare disposizione a palizzata, come nell' epitelio normale, col loro maggior diametro disposto in direzione perpendicolare alla superficie dell' epidermide, ma invece lo presentano parallelo od obliquo a questo, e sono qua e colà più numerose, mentre altrove sono assai più rade che nel-

l'epitelio normale. Soltanto gli elementi entro i quali un parassita si sviluppa vengono ben presto a morire, degenerando con grandissima rapidità il loro protoplasma e il nucleo; tutti gli altri rimangono in vita benchè siano compressi e deformati parzialmente sia dagli elementi vicini, sia dai parassiti, col loro enorme accrescimento.

Il parassita nei primi stadi della sua esistenza intraepiteliale si presenta assai piccolo, di forma sferica del diametro medio di 3-5 μ, è poco colorabile coll'ematossilina, ha un protoplasma omogeneo, alquanto rifrangente, e si può osservare qua e là nelle cellule più profonde dell'epidermide. Raggiunge ben presto maggiori dimensioni ed acquista allora la grossezza, ed in generale anche la forma, dei nuclei dell'epidermide del *Discoglossus*, ma non di rado mantiene la figura sferoidale; il suo protoplasma comincia a mostrare dei vacuoli, ma colla colorazione da me adoperata non presenta traccia di nucleo. Si tinge fortemente in azzurro coll'ematossolina, ma si distingue facilmente dai nuclei dell'epitelio perchè non presenta il caratteristico reticolo cromatico, tinto di azzurro scuro dall'ematossilina, spiccante assai bene sul fondo chiaro occupato dal succo nucleare. La cellula epiteliale, entro cui si trova incluso, degenera profondamente, ed il protoplasma alterato di questa in parte si trasforma in un liquido jalino che attornia come un alone chiaro il parassita, in parte rimane come una massa residuale attorno al nucleo, che si presenta come un piccolo corpicciolo colorabile coll'ematossilina, non più contenente il reticolo cromatico, situato in una delle estremità dell'elemento. Questo stato perdura per un certo tempo finchè non si vede più traccia della cellula che dapprima includeva il parassita e questo rimane avvolto fino ai suoi stadi più evoluti da un alone chiaro. Accrescendosi ancora maggiormente, il parassita prende in ogni caso una figura sferica, sferoidale o irregolare a contorni curvilinei, sebbene vi siano pure delle forme che anche quando sono mediocremente sviluppate conservano per lungo tempo una figura bastonciniforme e sono molto cromatofile per l'ematossilina. Allorchè il parassita però ha raggiunto determinate dimensioni, ed in generale allorchè in uno od in entrambi i diametri supera i 15 μ, perde la sua proprietà cromatofila per l'ematossilina ed acquista quella per il carminio litico, sicchè si colora dapprima in viola e le forme maggiori in rosso sempre più vivo. Il suo protoplasma si vacuolizza sempre in grado maggiore. In questo stato subisce generalmente una frammentazione irregolare in masse di forma svariatissima, le quali rimangono però sempre vicine, in modo da mostrare la figura del parassita che le ha originate; esse spesso lasciano fra loro spazî più o meno considerevoli, occupati da liquido jalino, talvolta assai stretti altre volte notevolmente grandi ed irregolari, posti a centro o verso la periferia. Infine, avendo il parassita raggiunto il *maximum* dello sviluppo intraepiteliale, che può giungere a dimensioni veramente considerevoli, come ad es. μ 104 × μ 64, diviene maturo, perde la sua cromatofilia per il carminio e assume una tinta

violacea pallidissima, la quale si cambia in giallo più o meno leggiero, se si trattano le sezioni per un tempo abbastanza corto (ad es. 5-10 minuti) con acido picrico sciolto in essenza di trementina.

Se si confronta questa forma di parassita del Mollusco contagioso con quelle che già si conoscono, dei Mammiferi e degli Uccelli, si notano le seguenti caratteristiche differenziali:

1° Il parassita del Mollusco contagioso dei vertebrati superiori determina un' infezione i cui limiti sono meglio circoscritti di quella degli Anfibi, perchè essa si svolge in un infossamento dell' epidermide, nella cui cavità cadono le forme adulte, mentre negli Anfibi queste si spargono nell'ambiente non appena sono giunte a maturità;

2° Nei vertebrati superiori il parassita determina un' infezione più completa dell' epitelio, perchè quasi tutte le cellule della neoformazione epiteliale sono invase dal parassita, mentre negli Anfibi vi sono molte cellule del nodulo non infette;

3° Il parassita del Mollusco contagioso dei vertebrati superiori, allorchè raggiunge il completo sviluppo, ha dimensioni e forma più costanti di quello degli Anfibi, e ciò probabilmente è dovuto al fatto che i parassiti del Mollusco contagioso dei vertebrati superiori rappresentano specie più evolate e più adatte al parassitismo di quella degli Anfibi. Le dimensioni del parassita adulto dei vertebrati superiori sono molto minori di quelle del parassita del *Discoglossus*; infatti le misure dei corpi del Mollusco contagioso dell' uomo, nei preparati fissati e colorati, danno le seguenti dimensioni medie: μ 27 × μ 30; quelle del piccione μ 27 × μ 36, mentre un gran numero di quelli del *Discoglossus* supera i 70 μ e non di rado i 100 μ.

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione di un invito dell' Università di Oxford per la celebrazione del terzo centenario della Biblioteca Bodleiana; e l'Accademia delibera di farsi rappresentare alla solenne cerimonia.

V. C.